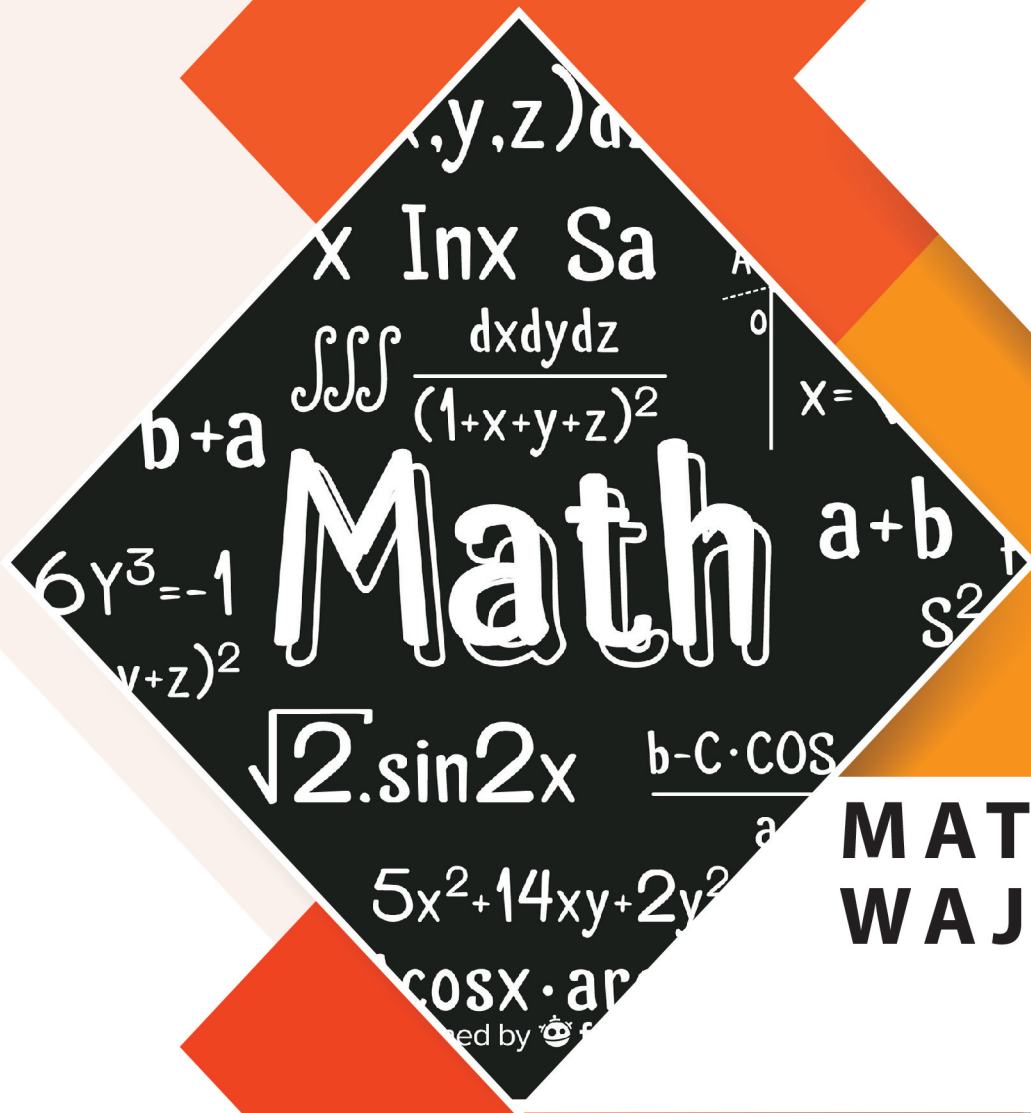




**SMA MUHAMMADIYAH 1
YOGYAKARTA**



MATEMATIKA WAJIB

Kelas XI

Modul Pembelajaran SMA

**Rizki Faisal Ardi, S.Pd.
Absari Nur Hasanah, S.Pd.**



Matematika Wajib kelas XI

Semester 1

Modul Belajar Siswa



KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warrahmatullahi wabarrakatuh

Puji syukur penulis haturkan kehadiran Allah SWT yang telah memperkenankan untuk menyelesaikan modul ini. Tak lupa shalawat serta salam semoga tetap tercurah pada junjungan kita Nabi Muhammad SAW beserta keluarga, sahabat, dan insya Allah kita semua sebagai umatnya sampai akhir zaman. Aamiin.

Modul ini disusun sebagai bahan pembelajaran mandiri bagi siswa kelas XII program IPA dan IPS dalam masa pandemi Covid-19 ini untuk menambah pengetahuan tentang materi matematika wajib di kelas XI.

Pembahasan tentang materi matematika wajib disajikan dengan rinci, artinya dalam modul ini akan memaparkan materi, contoh soal, latihan untuk mengukur capaian setiap kegiatan pembelajaran, serta evaluasi untuk mengukur capaian setiap kompetensi dasarnya.

Demikianlah, mudah-mudahan makalah ini dapat bermanfaat bagi kita bersama. Dan terakhir penulis mengucapkan terima kasih kepada dosen pengampu kuliah Psikologi Pembelajaran Matematika yang telah memberi kesempatan bagi penulis untuk mempelajari dan mengkaji tentang masalah ini.

Wassalamu'alaikum warrahmatullahi wabarrakatuh

Yogyakarta, Juni 2020

Penulis,



DAFTAR ISI

	Halaman
KATA PENGANTAR.....	1
DAFTAR ISI.....	2
PENDAHULUAN.....	5
DESKRIPSI	5
PETUNJUK.....	5
BAB I	7
Rencana Belajar Siswa (KD dan IPK)	7
Kegiatan Belajar 1	7
Tes Formatif	10
Kegiatan Belajar 2	11
Tes Formatif.....	13
Evaluasi	14
BAB II	15
Rencana Belajar Siswa (KD dan ipK)	15
Kegiatan Belajar 1	15
Tes Formatif.....	21
Kegiatan Belajar 2	22
Tes Formatif.....	25
Kegiatan Belajar 3	26
Tes Formatif.....	28
Kegiatan Belajar 4	29
Tes Formatif.....	32
BAB III.....	33
Rencana Belajar Siswa (KD dan IPK)	33
Kegiatan Belajar 1	33
Tes Formatif.....	38
Kegiatan Belajar 2	40



Tes Formatif.....	42
Kegiatan Belajar 3	43
Tes Formatif.....	46
Kegiatan Belajar 4	47
Tes Formatif 1.....	48
Tes Formatif 2.....	51
Kegiatan Belajar 5	52
Tes Formatif.....	54
Kegiatan Belajar 6	55
Tes Formatif.....	56
Kegiatan Belajar 7	57
Tes Formatif.....	59
Kegiatan Belajar 8	60
Tes Formatif.....	61
Evaluasi	62
BAB IV.....	63
Rencana Belajar Siswa (KD dan IPK)	63
Kegiatan Belajar 1	64
Tes Formatif 1.....	67
Tes Formatif 2.....	69
Kegiatan Belajar 2	70
Tes Formatif.....	71
Kegiatan Belajar 3	72
Tes Formatif.....	74
Kegiatan Belajar 4	75
Tes Formatif.....	77
Kegiatan Belajar 5	78
Tes Formatif.....	80
Kegiatan Belajar 6	81
Tes Formatif.....	83
Kegiatan Belajar 7	84
Tes Formatif.....	85



Kegiatan Belajar 8	86
Tes Formatif.....	90
Kegiatan Belajar 9	91
Tes Formatif.....	93
Kegiatan Belajar 10.....	94
Evaluasi	96
PENUTUP	97
DAFTAR PUSTAKA	98

PENDAHULUAN

DESKRIPSI

Perubahan global, perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi serta seni dan budaya, berpengaruh pada perkembangan dan perubahan kehidupan bermasyarakat, berbangsa, dan bernegara di Indonesia. Hal tersebut menuntut perlunya perbaikan sistem pendidikan nasional termasuk penyempurnaan kurikulum.

Kurikulum merupakan seperangkat rencana dan pengaturan mengenai tujuan, isi, dan bahan pelajaran serta cara yang digunakan sebagai pedoman penyelenggaraan kegiatan pembelajaran untuk mencapai tujuan pendidikan tertentu. Oleh karena itu, kurikulum disusun dan dikembangkan oleh satuan pendidikan dengan mengacu pada Standar Isi (SI) dan Standar Kompetensi Lulusan (SKL). Kurikulum yang dikembangkan oleh satuan pendidikan disebut dengan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP). Komponen dari KTSP antara lain salah satunya adalah Rencana Pelaksanaan Pembelajaran. Komponen tersebut harus dibuat oleh guru dan memerlukan sumber/media pembelajaran.

Modul ini sebagai salah satu sumber/media pembelajaran mempunyai peranan yang penting dalam meningkatkan sumber daya manusia khususnya siswa SMA Muhammadiyah 1 Yogyakarta. Modul Matematika Wajib di semester 1 terdiri dari 4 modul, yaitu:

- Modul I Induksi Matematika
- Modul II Program Linear
- Modul III Matriks
- Modul IV Transformasi Geometri

Setiap modul ini dimulai dari uraian materi yang diselingi dengan motivasi, contoh-contoh soal, Latihan soal, serta diakhir ada evaluasi kompetensi untuk mengukur ketercapaian setiap kompetensi dasar atau setiap modulnya.

PETUNJUK

Keberhasilan belajar tergantung dari kedisiplinan dan ketekunan Ananda dalam memahami langkah-langkah belajarnya. Belajar dengan menggunakan modul ini dilakukan secara mandiri atau kelompok, baik di sekolah maupun di luar sekolah. Dalam modul ini semua materi dijelaskan secara rinci dan merupakan sumber belajar. Untuk memperoleh prestasi belajar secara maksimal, maka langkah-langkah yang perlu dilaksanakan dalam menggunakan modul ini antara lain :

1. Sebelum belajar Ananda berdoa terlebih dahulu
2. Bacalah dan pahami materi yang ada pada setiap kegiatan belajar. Bila ada materi yang belum jelas, Ananda dapat bertanya kepada teman atau guru.



3. Kerjakan tes formatif dari materi yang diberikan dalam setiap kegiatan belajar.
4. Jika belum menguasai materi yang diharapkan, ulangi lagi kegiatan belajar pada materi tersebut atau bertanyalah kepada guru.

Selamat belajar Ananda, semoga Allah selalu menganugerahkan pemahaman yang baik sehingga Ananda dapat menguasai materi dalam modul ini dengan baik.

BAB I

INDUKSI MATEMATIKA

Rencana Belajar Siswa (KD dan IPK)

Berikut Kompetensi Dasar (KD) serta Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) dari pembelajaran Bab I Induksi Matematika.

Kompetensi Dasar (KD)	IPK
3.1. Menjelaskan metode pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian dengan induksi matematika.	3.1.1. Menentukan Induksi matematika jenis deret 3.1.2. Menentukan Induksi matematika jenis habis dibagi
4.1. Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian.	4.1.1. Terampil menggunakan metode pembuktian Induksi Matematika untuk menguji kesahihan pernyataan matematis.

Kegiatan Belajar 1 Pembuktian Induksi Matematika (Deret)

Tujuan Pembelajaran

Melalui pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi pembuktian dengan Induksi Matematika jenis deret dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi

Induksi matematik adalah merupakan teknik pembuktian yang baku di dalam Matematika. Induksi matematik digunakan untuk membuktikan pernyataan yang khusus menyangkut bilangan bulat positif. Pembuktian dengan Induksi matematik dapat diilustrasikan dengan fenomena yang terkenal dengan *Efek Domino*. Sejumlah batu domino diletakan berdiri dengan jarak ruang yang sama satu dengan yang lain. Untuk merebahkan domino kita hanya cukup mendorong domino 1 ke kanan. Jika Domino 1 didorong kekanan, ia akan mendorong domino ke 2, domino 2 mendorong domino 3, dst sampai semua domino rebah ke kanan.

Prinsip Induksi Sederhana

Ada tiga langkah dalam induksi matematika yang diperlukan untuk membuktikan suatu rumus atau pernyataan. Langkah-langkah tersebut adalah :

1. Membuktikan bahwa rumus atau pernyataan tersebut benar untuk $n = 1$.
2. Mengasumsikan bahwa rumus atau pernyataan tersebut benar untuk $n = k$.
3. Membuktikan bahwa rumus atau pernyataan tersebut benar untuk $n = k + 1$.

Untuk menerapkan induksi matematika, kita harus bisa menyatakan pernyataan $P(k + 1)$ ke dalam pernyataan $P(k)$ yang diberikan. Untuk meyakinkan persamaan $P(k + 1)$, substitusikan kuantitas $k + 1$ kedalam pernyataan $P(k)$.

Contoh 1 :

Buktikan bahwa :

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1), \quad \text{Bernilai benar untuk setiap } n \text{ bilangan asli.}$$



Jawab :

Langkah 1 : Buktikan bahwa $n=1$ adalah benar

$$2n = n(n + 1)$$

$$2(1) = (1)(1 + 1)$$

$$2 = 2 \quad (\text{Benar})$$

Langkah 2 : Asumsikan Bahwa $n=k$ adalah benar

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2k = k(k + 1)$$

Langkah 3 : Akan dibuktikan bahwa rumus benar untuk $n = k + 1$.

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2k + 2(k + 1) = (k + 1)((k + 1) + 1)$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{k(k + 1)} + 2(k + 1) = (k + 1)(k + 2)$$

$$k^2 + k + 2k + 2 = (k + 1)(k + 2)$$

$$k^2 + 3k + 2 = (k + 1)(k + 2)$$

$$(k + 1)(k + 2) = (k + 1)(k + 2) \quad \text{Terbukti}$$

Contoh 2:

Buktikan bahwa :

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1), \quad \text{Bernilai benar untuk setiap } n \text{ bilangan asli.}$$

Jawab :

Langkah 1 : Buktikan bahwa $n=1$ adalah benar

$$n = \frac{1}{2}n(n + 1)$$

$$1 = \frac{1}{2}(1)(1 + 1)$$

$$1 = \frac{2}{2}$$

$$1 = 1 \quad (\text{Benar})$$

Langkah 2 : Asumsikan Bahwa $n=k$ adalah benar

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{1}{2}k(k + 1)$$

Langkah 3 : Akan dibuktikan bahwa rumus benar untuk $n = k + 1$.

$$1 + 2 + 3 + \dots + k + (k + 1) = \frac{1}{2}(k + 1)((k + 1) + 1)$$

$$\frac{1}{2}k(k + 1) + (k + 1) = \frac{1}{2}(k + 1)(k + 2)$$

$$\frac{k(k+1)}{2} + (k + 1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

$$\frac{k(k+1)}{2} + \frac{2(k+1)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

$$\frac{(k+1)(k+2)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \quad (\text{Terbukti})$$

Tes Formatif

Gunakanlah induksi matematika untuk membuktikan persamaan di bawah ini!

1. $3 + 5 + 11 + 15 + \dots + (4n - 1) = n(2n + 1)$ Bernilai benar untuk setiap n bilangan asli.
2. $1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n + 1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$, Bernilai benar untuk setiap n bilangan asli.
3. $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$, Bernilai benar untuk setiap n bilangan asli.

Kegiatan Belajar 2

Pembuktian Induksi Matematika (pembagian)

Tujuan Pembelajaran

Melalui pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi pembuktian dengan Induksi Matematika jenis pembagian dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi

Induksi matematik adalah merupakan teknik pembuktian yang baku di dalam Matematika. Induksi matematik digunakan untuk membuktikan pernyataan yang khusus menyangkut bilangan bulat positif. Pembuktian dengan Induksi matematik dapat diilustrasikan dengan fenomena yang terkenal dengan *Efek Domino*. Sejumlah batu domino diletakan berdiri dengan jarak ruang yang sama satu dengan yang lain. Untuk merebahkan domino kita hanya cukup mendorong domino 1 ke kanan. Jika Domino 1 didorong kekanan, ia akan memporong domino ke 2, domino 2 mendorong domino 3, dst sampai semua domino rebah ke kanan.

Prinsip Induksi Sederhana

Ada tiga langkah dalam induksi matematika yang diperlukan untuk membuktikan suatu rumus atau pernyataan. Langkah-langkah tersebut adalah :

1. Membuktikan bahwa rumus atau pernyataan tersebut benar untuk $n = 1$.
2. Mengasumsikan bahwa rumus atau pernyataan tersebut benar untuk $n = k$.
3. Membuktikan bahwa rumus atau pernyataan tersebut benar untuk $n = k + 1$.

Untuk menerapkan induksi matematika, kita harus bisa menyatakan pernyataan $P(k + 1)$ ke dalam pernyataan $P(k)$ yang diberikan. Untuk menyatakan persamaan $P(k + 1)$, substitusikan kuantitas $k + 1$ kedalam pernyataan $P(k)$.

Contoh 1 :

Buktikan $n^3 + 2n$ habis dibagi 3, untuk setiap n bilangan asli

Jawab:

Langkah 1 : Buktikan bahwa $n=1$ adalah benar

$$n^3 + 2n$$

$$1^3 + 2(1)$$

$$1 + 2 = 3 \text{ (Habis dibagi 3, maka } n=1 \text{ adalah Benar)}$$

Langkah 2 : Asumsikan Bahwa $n=k$ adalah benar

$$k^3 + 2k = 3m \quad \text{habis dibagi 3 (} m \text{ adalah hasil bagi } k^3 + 2k \text{ oleh 3)}$$

Langkah 3 : Akan dibuktikan bahwa rumus benar untuk $n = k + 1$.

$$(k + 1)^3 + 2(k + 1)$$

$$(k + 1)(k + 1)^2 + (2k + 2)$$

$$(k + 1)(k^2 + 2k + 1) + (2k + 2)$$

$$(k^3 + 3k^2 + 3k + 1) + (2k + 2)$$

$$(k^3 + 2k) + (3k^2 + 3k + 3)$$

$$3m + 3k^2 + 3k + 3$$

$$3(m + k^2 + k + 1) \quad \text{akan habis dibagi 3 maka terbukti}$$

Contoh 2 :

Buktikan $5^n - 1$ habis dibagi 4, untuk setiap n bilangan asli.

Jawab:

Langkah 1 : Buktikan bahwa $n=1$ adalah benar

$$5^n - 1$$

$$5^{(1)} - 1$$

$$5 - 1 = 4 \text{ (Habis dibagi 4 , maka } n=1 \text{ adalah Benar)}$$

Langkah 2 : Asumsikan Bahwa $n=k$ adalah benar

$$5^k - 1 = 4m \quad \text{habis dibagi 4 (} m \text{ adalah hasil bagi } 5^k - 1 \text{ oleh 4)}$$

Langkah 3 : Akan dibuktikan bahwa rumus benar untuk $n = k + 1$.

$$5^{(k+1)} - 1$$

$$5^k \cdot 5^1 - 1$$

$$5^k(4 + 1) - 1$$

$$4 \cdot 5^k + (5^k - 1)$$

$$4 \cdot 5^k + 4m$$

$$4(5^k + m) \quad \text{akan habis dibagi 4 maka terbukti.}$$

Tes Formatif

Gunakanlah induksi matematika untuk membuktikan persamaan di bawah ini!

1. $6^n + 4$ habis dibagi 5 , untuk setiap n bilangan asli.
2. $n^3 - n$ habis dibagi 6 , untuk setiap n bilangan asli.



Evaluasi

Kerjakan soal di bawah ini dengan benar!

1. Buktikan dengan induksi matematika bahwa :
2. $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$, Bernilai benar untuk setiap n bilangan asli.
3. Buktikan dengan induksi matematika bahwa :
4. $3 + 5 + 11 + 15 + \dots + (4n - 1) = n(2n + 1)$ Bernilai benar untuk setiap n bilangan asli.
5. Buktikan dengan induksi matematika bahwa :
6. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$, Bernilai benar untuk setiap n bilangan asli.
7. 4. Buktikan dengan induksi matematika bahwa : 2^{4n-1} habis dibagi 8 !
8. 5. Buktikan dengan induksi matematika bahwa : $6 \cdot 7^n - 2 \cdot 3^n$ habis dibagi 4 !

BAB II

PROGRAM LINEAR

Rencana Belajar Siswa (KD dan IPK)

Berikut Kompetensi Dasar (KD) serta Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) dari pembelajaran Bab II Program Linear.

Kompetensi Dasar (KD)	IPK
3.2. Menjelaskan program linear dua variabel dan metode penyelesaiannya dengan menggunakan masalah kontekstual.	3.2.1. Memahami sistem pertidaksamaan linier dua variabel. 3.2.2. Memahami pengertian program linier dua variabel. 3.2.3. Menentukan nilai optimum fungsi obyektif.
4.2. Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan program linear dua variabel.	4.2.1. Terampil menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan program linear dua variabel.

Kegiatan Belajar 1

Sistem Pertidaksamaan Linear

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan belajar pada modul ini, peserta didik dapat **berfikir kritis** dalam menentukan dan menganalisis sistem pertidaksamaan linear, **kreatif** dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem pertidaksamaan linear serta memiliki sikap **disiplin** dan **tanggung jawab**.

Materi

Perhatikan bentuk-bentuk $x + 2y \leq 6$, $x - y \leq 3$, $x + y > 4$, $x \geq -4$, dan $y \geq 0$. Bentuk-bentuk tersebut dikenal dengan istilah pertidaksamaan linear dua variabel (x dan y adalah peubah/Variabel) dengan pangkat tertinggi dari peubah-peubah itu

adalah 1. Gabungan dua atau lebih dari pertidaksamaan linear akan membentuk *sistem pertidaksamaan linear*.

Himpunan penyelesaian suatu Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel (SPtLDV) merupakan himpunan pasangan bilangan (x, y) yang memenuhi sistem pertidaksamaan linear tersebut. Himpunan penyelesaian SPtLDV berupa suatu daerah yang dibatasi garis pada sistem koordinat Kartesius. Untuk mencari Daerah Penyelesaian (DP) suatu SPtLDV bisa digunakan cara sebagai berikut.

- a. Daerah himpunan penyelesaian suatu PtLDV dapat dicari menggunakan metode uji titik. Berikut ini langkah-langkahnya.

Misal PtLDV: $ax + by \leq c$.

- 1) Gambarlah grafik garis $ax + by \leq c$.

Jika tanda ketaksamaan berupa \leq atau \geq maka garis pembatas digambar penuh. Jika tanda ketaksamaan berupa $<$ atau $>$ maka garis pembatas digambar putus-putus.

- 2) Uji Titik

Ambil suatu titik sembarang, misal (x_1, y_1) , yang tidak terletak pada garis $ax + by = c$. Substitusikan titik tersebut ke dalam pertidaksamaan $ax + by \leq c$. Terdapat dua kemungkinan sebagai berikut.

- a) Apabila pertidaksamaan $ax_1 + by_1 \leq c$ bernilai benar, maka daerah himpunan penyelesaiannya adalah daerah yang memuat titik (x_1, y_1) dengan batas garis $ax + by = c$.
- b) Apabila pertidaksamaan $ax_1 + by_1 \leq c$ bernilai salah, maka daerah himpunan penyelesaiannya adalah daerah yang tidak memuat titik (x_1, y_1) dengan batas garis $ax + by = c$.

- b. Daerah himpunan penyelesaian PtLDV dapat ditentukan berada di kanan atau kiri garis pembatas dengan cara memperhatikan tanda ketaksamaan. Berikut ini langkah-langkahnya.

- 1) Pastikan koefisien x dari PtLDV tersebut positif. Jika tidak positif, kalikan PtLDV dengan -1.

- 2) Jika koefisien x dari PtLDV sudah positif, perhatikan tanda ketaksamaan. Jika tanda ketaksamaan \leq maka daerah penyelesaian terletak di sebelah kiri garis pembatas. Jika tanda ketaksamaan \geq maka daerah penyelesaian terletak di sebelah kanan garis pembatas.

Contoh 1:

Lukislah DP dari SPtLDV berikut:

$$4x + 3y \leq 12, x + 3y \geq 3, \text{ dan } x \geq 0$$

Jawab :

- Melukis garis pembatas

Gambar garis $4x + 3y \leq 12, x + 3y \geq 3, \text{ dan } x \geq 0$.

$4x + 3y = 12$		
x	0	3
y	4	0
Titik	(0,4)	(3,0)

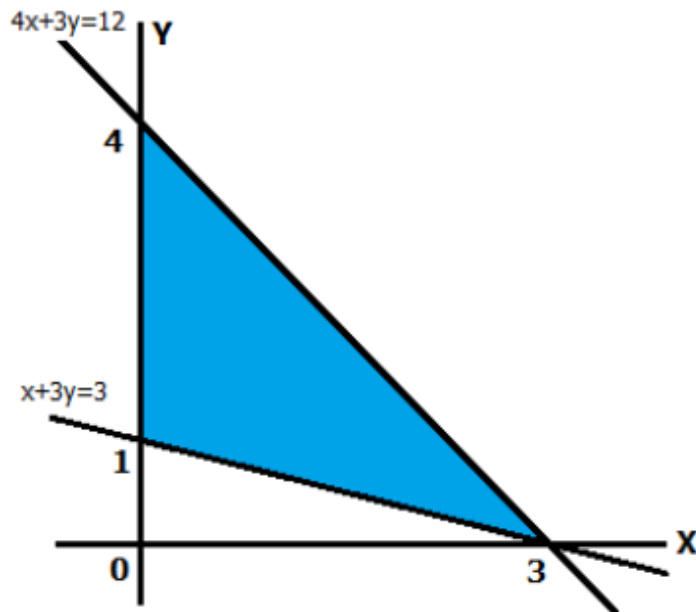
$x + 3y = 3$		
x	0	3
y	1	0
Titik	(0,1)	(3,0)

Garis $x = 0$ adalah sumbu Y .

- Menentukan DP
 - $4x + 3y \leq 12 \Rightarrow$ karena tanda ketaksamaan \leq dan variabel x positif maka DP terletak disebelah kiri garis $4x + 3y = 12$.
 - $x + 3y \geq 3 \Rightarrow$ karena tanda ketaksamaan \geq dan variabel x positif maka DP terletak disebelah kanan garis $x + 3y = 3$.
 - $x \geq 0 \Rightarrow$ karena tanda ketaksamaan \geq dan variabel x positif maka DP terletak di sebelah kanan garis $x = 0$.

DP dari SPtLDV $4x + 3y \leq 12, x + 3y \geq 3, \text{ dan } x \geq 0$ adalah irisan dari ketiga DP di atas.

- Melukis Daerah Himpunan Penyelesaian



Contoh 2 :

Lukislah DP dari SPtLDV berikut:

$$5x + 3y \geq 15, 2x + 5y \geq 10, y \geq 0, \text{ dan } x \geq 0.$$

Jawab :

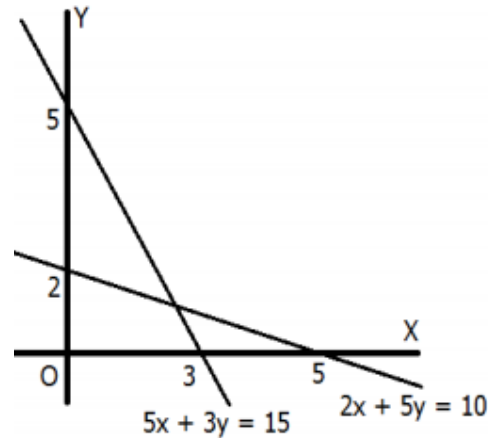
- Melukis Garis Pembatas

$5x + 3y \geq 15$		
x	0	3
y	5	0
Titik	(0,5)	(3,0)

$2x + 5y \geq 10$		
x	0	5
y	2	0
Titik	(0,2)	(5,0)

Garis $x = 0$ adalah sumbu Y

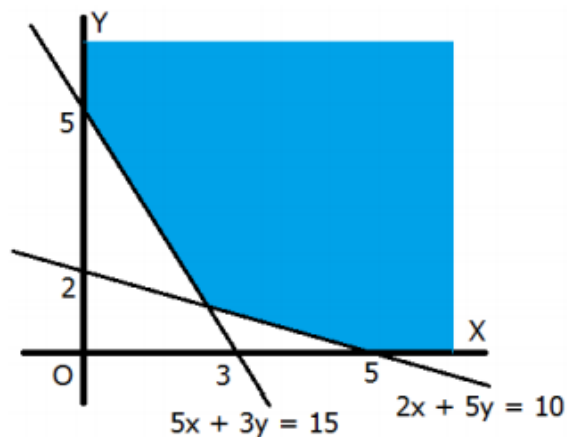
Garis $y = 0$ adalah sumbu X



- Menentukan DP
 - i. $5x + 3y \geq 15 \Rightarrow$ karena tanda ketaksamaan \geq dan variabel x positif maka DP terletak di sebelah kanan garis $5x + 3y = 15$.
 - ii. $2x + 5y \geq 10 \Rightarrow$ karena tanda ketaksamaan \geq dan variabel x positif maka DP terletak disebelah kanan garis $2x + 5y = 10$.
 - iii. $x \geq 0 \Rightarrow$ karena tanda ketaksamaan \geq dan variabel x positif maka DP terletak di sebelah kanan garis $x = 0$ (sebelah kanan sumbu Y)
 - iv. $y \geq 0 \Rightarrow$ karena tanda ketaksamaan \geq maka DP terletak di sebelah atas sumbu X .

DP dari SPtLDV $5x + 3y \geq 15, 2x + 5y \geq 10, x \geq 0$, dan $y \geq 0$ adalah irisan dari keempat DP diatas.

- Melukis DP



Contoh 3 :

Lukislah DP dari SPtLDV berikut:

$$x - y \geq -3, -x + 3y \geq 0, y \leq 5, \text{ dan } 1 \leq x \leq 4.$$

Jawab :

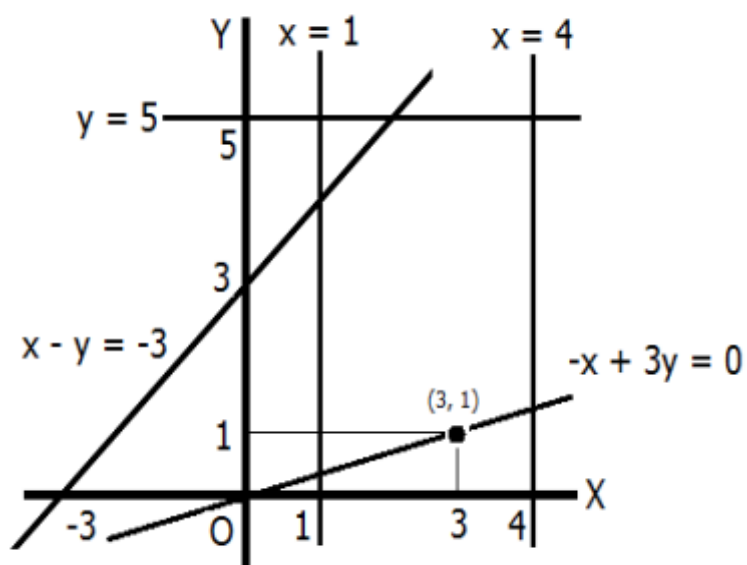
- Melukis garis pembatas

$x - y = -3$		
x	0	-3
y	3	0
Titik	(0,3)	(-3,0)

$-x + 3y = 0$		
x	0	3
y	0	1
Titik	(0,0)	(3,1)

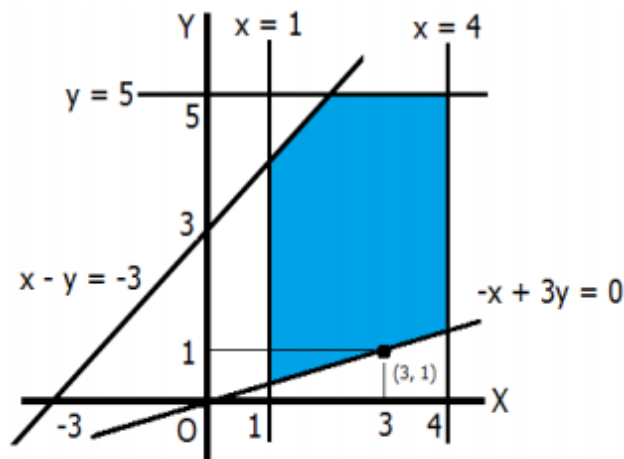
Garis $y = 5$

Garis $x = 1$ dan $x = 4$



- Menentukan DP

- i. $x - y \geq -3 \Rightarrow$ karena tanda ketaksamaan \geq dan variabel x positif maka DP terletak disebelah kanan garis $x - y = -3$.
- ii. $-x + 3y \geq 0 \Rightarrow$ karena variabel x negatif maka dikalikan -1 menjadi $x - 3y \leq 0$ (tanda ketaksamaan dibalik) sehingga DP terletak disebelah kiri garis $x - 3y = 0$.
- iii. $y \leq 5 \Rightarrow$ DP terletak dibawah $y = 5$.
- iv. $1 \leq x \leq 4 \Rightarrow$ DP terletak diantara $x = 1$ dan $x = 4$.
- Melukis DP



DP dari SPtLDV $x - y \geq -3, -x + 3y \geq 0, y \leq 5$ dan $1 \leq x \leq 4$ adalah irisan dari keempat DP diatas.

Tes Formatif

Gambarlah pada bidang Cartesius, daerah himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut ini untuk $x, y \in R$.

- a) $x + y \leq 6$
- b) $2x + 3y \geq 12, x \leq 6, y \leq 4$
- c) $3x + 4y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$
- d) $3x + 2y \leq 12, x + 2y \leq 8, x \geq 0, y \geq 0$
- e) $x + y \leq 7, 2x + 7 \leq 14, 1 \leq x \leq 4, y \leq 5$

Kegiatan Belajar 2

Menentukan Sistem Pertidaksamaan dari suatu Daerah Penyelesaian

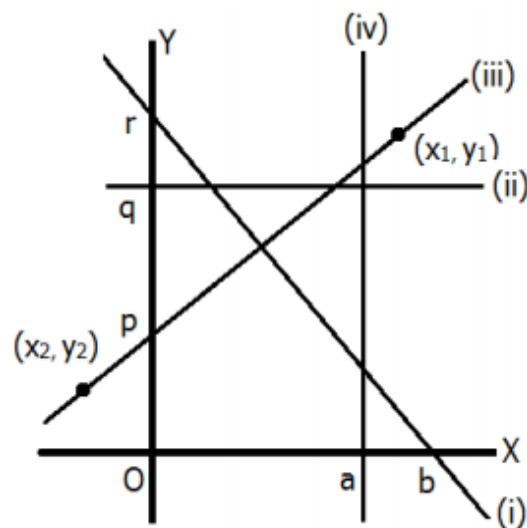
Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan belajar pada modul ini, peserta didik dapat **berfikir kritis** dalam menentukan sistem pertidaksamaan dari suatu daerah penyelesaian, **kreatif** dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem pertidaksamaan dari suatu daerah penyelesaian serta memiliki **sikap disiplin** dan **tanggung jawab**.

Materi

Untuk menentukan sistem pertidaksamaan dari suatu daerah himpunan penyelesaian (DP) digunakan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Menentukan persamaan garis



- 1) Persamaan garis (i) adalah $rx + by = b.r$
- 2) Persamaan garis (ii) adalah $y = q$
- 3) Persamaan garis (iii) adalah $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
- 4) Persamaan garis (iv) adalah $x = a$

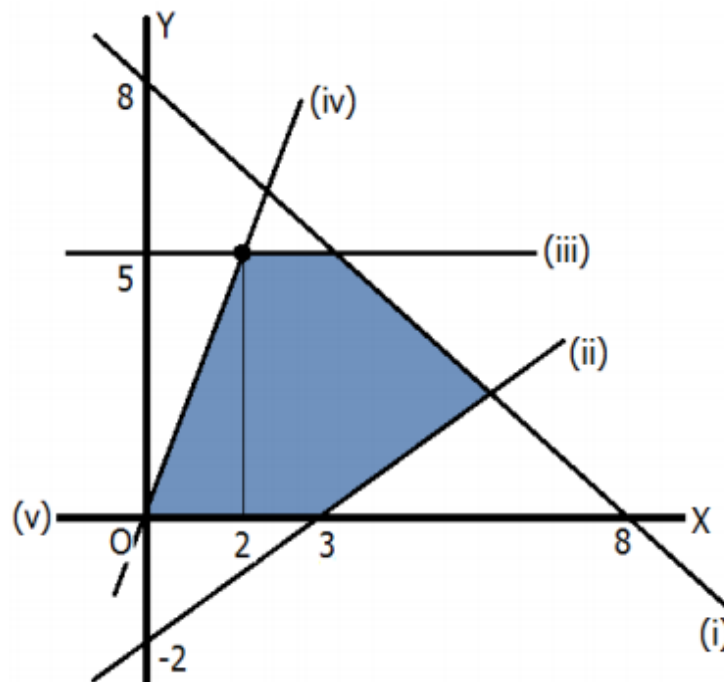
b. Menentukan pertidaksamaan yang sesuai dengan DP

Setelah menentukan persamaan garis dari suatu DP, langkah berikutnya adalah mengganti tanda persamaan dengan pertidaksamaan. Langkah-langkahnya sebagai berikut:

- 1) Pastikan variabel x bertanda positif. Jika negatif kalikan dengan (-1)
- 2) Jika DP disebelah kiri garis maka tanda pertidaksamaannya adalah \leq
- 3) Jika DP disebelah kanan garis maka tanda pertidaksamaannya adalah \geq

Contoh 1 :

Tentukan sistem pertidaksamaan dari Daerah Himpunan Penyelesaian yang diarsir pada gambar dibawah ini.



Jawab :

- Persamaan garis (i): $8x + 8y = 64$ atau $x + y = 8$
DP terletak di sebelah kiri garis $x + y = 8$ jadi pertidaksamaannya $x + y \leq 8$.
- Persamaan garis (ii): $-2x + 3y = 6$ karena variabel x negatif maka dikalikan (-1) menjadi $2x - 3y = 6$. DP terletak di sebelah kiri garis $2x - 3y = 6$, maka pertidaksamaannya adalah $2x - 3y \leq 6$.
- Persamaan garis (iii): $y = 5$. DP terletak dibawah garis $y = 5$ maka pertidaksamaannya adalah $y \leq 5$.

- Persamaan garis (iv): garis (iv) melalui titik (0,0) dan (2, 5). Persamaannya:

$$\frac{y-0}{5-0} = \frac{x-0}{2-0}$$

$$\frac{y}{5} = \frac{x}{2}$$

$$5x = 2y$$

$$5x - 2y = 0$$

DP terletak disebelah kana garis $5x - 2y = 0$ maka pertidaksamaannya $5x - 2y \geq 0$

- Persamaan garis (v): garis (v) adalah sumbu X persamaannya adalah $y = 0$.
Karena DP disebelah kanan $y = 0$ maka pertidaksamaannya $y \geq 0$.

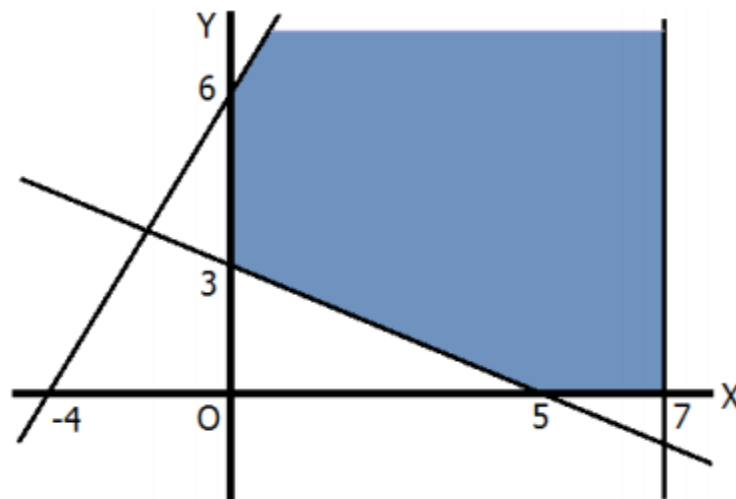
Jadi Sistem pertidaksamaan dari DP diatas adalah:

$$x + y \leq 8, 2x - 3y \leq 6, y \leq 5, 5x - 2y \geq 0, y \geq 0 \text{ atau}$$

$$x + y \leq 8, 2x - 3y \leq 6, 5x - 2y \geq 0, 0 \leq y \leq 5.$$

Contoh 2 :

Tentukan sistem pertidaksamaan dari Daerah Himpunan Penyelesaian yang diarsir pada gambar dibawah ini.



Jawab :

Persamaan garis yang membatasi daerah penyelesaian di atas adalah:

(i) $6x - 4y = -24$

(ii) $3x + 5y = 15$

(iii) $x = 0$

(iv) $x = 7$

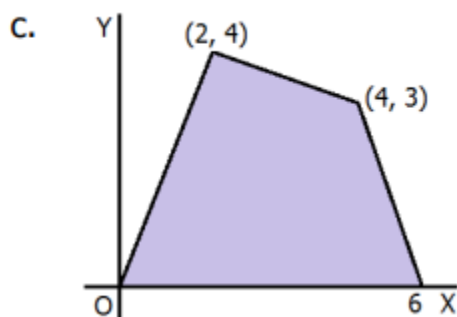
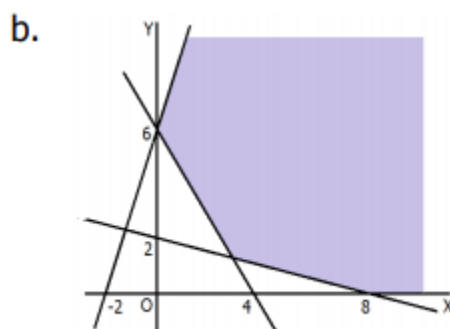
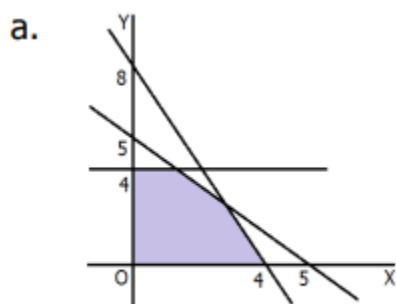
(v) $y = 0$

Jadi sistem pertidaksamaan dari DP di atas adalah:

$3x - 2y \geq -12, 3x + 5y = 15, 0 \leq x \leq 7, \text{ dan } y \geq 0.$

Tes Formatif

Tentukan sistem pertidaksamaan dari daerah himpunan penyelesaian yang diarsir berikut:



Kegiatan Belajar 3 Program Linear dan Model Matematika

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan belajar pada modul ini, peserta didik dapat **berfikir kritis** dalam menentukan dan menganalisis program linear dan model matematika, **kreatif** dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan program linear dan model matematika serta memiliki **sikap disiplin** dan **tanggung jawab**.

Materi

Setelah memahami cara menentukan daerah himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan linear, sekarang akan dipelajari program linear dan model matematika.

Definisi 1.1

Program Linear adalah suatu program untuk menyelesaikan

Secara umum Program Linear terdiri dari dua bagian , yaitu : fungsi kendala dan fungsi obyektif. Fungsi kendala adalah batasan-batasan yang harus dipenuhi, sedangkan fungsi obyektif adalah fungsi yang nilainya akan dioptimumkan (dimaksimumkan atau diminimumkan). Dalam program linear ini, batasan-batasan (kendala-kendala) yang terdapat dalam masalah program linear diterjemahkan terlebih dahulu ke dalam bentuk perumusan matematika, yang disebut model matematika.

Definisi 1.2

Model matematika adalah adalah suatu hasil interpretasi manusia dalam menerjemahkan atau merumuskan persoalan sehari-hari ke dalam bentuk matematika, sehingga persoalan itu dapat diselesaikan secara sistematis.

Agar lebih memahami cara membuat model matematika, perhatikan beberapa contoh berikut ini.

Contoh 1 :

Seorang pelamar di sebuah perusahaan dinyatakan diterima bekerja di perusahaan jika memenuhi syarat-syarat jumlah hasil tes potensi akademik dan tes psikologi tidak boleh kurang dari 14 dan nilai masing-masing hasil tes tersebut tidak boleh kurang dari 6. Buatlah model matematika untuk permasalahan tersebut!

Jawab :

Misalkan

- nilai tes potensi akademik = x
- nilai tes psikologi = y

Dari syarat pertama diperoleh hubungan $x + y \geq 14$ dan dari syarat kedua diperoleh hubungan $x \geq 6$ dan $y \geq 6$. Jadi model matematika untuk permasalahan di atas adalah: $x + y \geq 14$, $x \geq 6$ dan $y \geq 6$ dengan $x, y \in C$.

Contoh 2 :

Seorang penjahit pakaian mempunyai persediaan kain polos 20 m dan kain bergaris 45 m. Penjahit tersebut akan membuat pakaian model U dan model V. Model U memerlukan 1 m kain polos dan 3 m kain bergaris. Model V memerlukan 2 m kain polos dan 1 m kain bergaris. Laba dari model V adalah Rp20.000,00 dan model U Rp15.000,00. Buatlah model matematika agar penjahit tersebut mendapatkan laba maksimum!

Jawab :

Misal pakaian model U = x dan model V = y

Data dari soal diatas dapat dituliskan dalam bentuk tabel berikut:

Jenis Pakaian	Kain Polos	Kain Bergaris	Laba
Model U = x	1 m	3 m	20.000
Model V = y	2 m	1 m	15.000
Persediaan	20 m	45 m	

Penulisan model matematika:

Memaksimumkan Laba = $20.000x + 15.000y$ dengan batasan/kendala:

$$x + 2y \leq 20$$

$$3x + y \leq 45$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Catatan :

Mengingat bahwa x dan y menyatakan banyaknya barang, maka x dan y tidak mungkin bernilai negatif sehingga x dan y dapat dinyatakan dalam bentuk $x \geq 0$ dan $y \geq 0$.

Tes Formatif

1. Pesawat penumpang sebuah perusahaan penerbangan domestik mempunyai tempat duduk 48 kursi. Setiap penumpang kelas eksekutif boleh membawa bagasi seberat 60 kg, sedangkan kelas ekonomi 20 kg. Pesawat hanya mampu membawa bagasi seberat 1.440 kg. Jika harga tiket kelas eksekutif Rp600.000,00 dan kelas ekonomi Rp400.000,00 serta semua tiket habis terjual, tuliskan model matematika untuk permasalahan diatas!
2. Seorang pemilik toko sepatu ingin mengisi tokonya dengan sepatu laki-laki paling sedikit 100 pasang dan sepatu wanita paling sedikit 150 pasang. Toko tersebut dapat memuat 400 pasang sepatu. Keuntungan setiap pasang sepatu laki-laki Rp10.000,00 dan setiap pasang sepatu wanita Rp5.000,00. Jika banyaknya sepatu laki-laki tidak boleh melebihi 150 pasang, tentukan model matematikanya!
3. Roti A yang harga belinya Rp10.000,00 dijual dengan harga Rp11.000,00 per bungkus. Sedangkan roti B yang harga belinya Rp15.000,00 dijual dengan harga Rp17.000,00 per bungkus. Seorang pedagang roti yang mempunyai modal Rp3.000.000,00 dan kiosnya dapat menampung paling banyak 250 bungkus roti akan mencari keuntungan sebesar-besarnya. Tuliskan model matematika dari persoalan tersebut!

Kegiatan Belajar 4 Menentukan Nilai Optimum dengan Metode Titik Pojok

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan belajar pada modul ini, peserta didik dapat **berfikir kritis** dalam menentukan nilai optimum dengan metode titik pojok, **kreatif** dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan nilai optimum serta memiliki **sikap disiplin** dan **tanggung jawab**.

Materi

Untuk menyelesaikan masalah program linear dua variabel, dengan metode grafik akan dapat ditentukan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaannya. Setelah kita sudah memahami menggambarkan daerah penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan, kita tinggal memahami bagaimana cara menentukan nilai fungsi tujuan di daerah penyelesaian.

Nilai suatu fungsi sasaran ada dua kemungkinan, yaitu bernilai maksimum atau minimum. Istilah nilai minimum atau nilai maksimum, disebut juga nilai optimum atau nilai ekstrim. Untuk menentukan nilai optimum suatu fungsi tujuan dari suatu masalah program linear dapat dilakukan dengan metode titik pojok.

Sesuai namanya, metode uji titik pojok dilakukan dengan menghitung nilai fungsi tujuan dari titik pojok yang diperoleh. Titik pojok yang dimaksud di sini adalah titik-titik koordinat yang membatasi daerah layak dari suatu sistem pertidaksamaan linear.

Langkah – langkah yang dilakukan untuk menentukan nilai optimum dengan metode uji titik pojok adalah sebagai berikut.

1. Menentukan garis-garis sistem pertidaksamaan yang menjadi fungsi kendala dari persoalan yang diberikan.
2. Menentukan titik-titik pojok yang merupakan koordinat pembatas daerah yang memenuhi fungsi kendala.
3. Menghitung nilai optimum $f(x,y)$ dari titik-titik pojok yang diperoleh.
4. Mendapatkan nilai maksimum atau minimum sesuai permasalahan.

Untuk memperjelas pemahaman materi tentang mencari nilai optimum dengan metode uji titik pojok, kita akan menyelesaikan permasalahan yang telah dibahas sebagian pada bagian model matematika.

Fungsi tujuan dapat diperoleh dari kalimat berikut.

Contoh :

Jika setiap satu adonan kue basah dapat memberikan untung Rp75.000,00 dan setiap adonan kue kering dapat memberikan untung Rp60.000,00.

Jadi Fungsi tujuannya adalah memaksimalkan $f(x,y) = \text{Rp}75.000x + \text{Rp}60.000y$

Kemudian diperoleh sistem pertidaksamaan berikut.

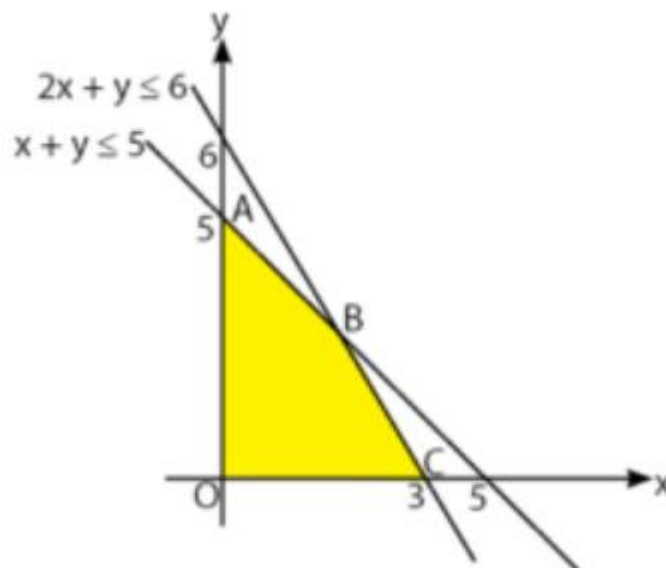
$$* x \geq 0$$

$$* y \geq 0$$

$$* 2x + y \leq 6$$

$$* x + y \leq 5$$

Menggambar daerah yang memenuhi sistem pertidaksamaan di atas.



Menentukan titik koordinat yang menjadi titik pojok pembatas daerah layak dari permasalahan sistem pertidaksamaan.

Titik Koordinat O, A, dan C dapat diperoleh dengan melihat gambar di atas, yaitu O(0,0), A(0, 5), dan C(3, 0). Sedangkan koordinat titik B dapat diperoleh dengan menggunakan metode eliminasi.

Mencari koordinat titik B.

$$\begin{array}{r} x + y = 5 \\ 2x + y = 6 \\ \hline -x = -1 \\ x = 1 \end{array}$$

Substitusi nilai $x = 1$ pada persamaan $x + y = 5$ untuk mendapatkan nilai y .

$$\begin{array}{r} x + y = 5 \\ 1 + y = 5 \\ y = 5 - 1 = 4 \end{array}$$

Diperoleh koordinat titik B adalah (1, 4)

Perhitungan nilai optimum:

Titik	Koordinat	Keuntungan $f(x)=75.000x+60.000y$
0	(0,0)	$0(75.000)+0(60.000)= 0$
A	(0,5)	$0(75.000)+5(60.000)= 300.000$
B	(1,4)	$1(75.000)+4(60.000)= 75.000+240.000= 315.000$ (max)
C	(3,0)	$30(75.000)+0(60.000)= 225.000$

Jadi, nilai keuntungan maksimum yang dapat diperoleh adalah Rp315.000,00 dengan membuat 1 (satu) adonan roti basah dan 4 (empat) adonan roti kering.

Tes Formatif

1. Ling ling membeli 240 ton beras untuk dijual lagi. Ia menyewa dua jenis truk untuk mengangkut beras tersebut. Truk jenis A memiliki kapasitas 6 ton dan truk jenis B memiliki kapasitas 4 ton. Sewa tiap truk jenis A adalah Rp 100.000,00 sekali jalan dan truk jenis B adalah Rp 50.000,00 sekali jalan. Maka Ling ling menyewa truk itu sekurang-kurangnya 48 buah. Berapa banyak jenis truk A dan B yang harus disewa agar biaya yang dikeluarkan minimum?
2. Seorang pedagang mempunyai dagangan kopi instant merk A dan merk B. Kopi instant A dibeli dengan harga Rp. 6000,- per bungkus dan dijual dengan laba Rp. 400,- per bungkus, sedangkan kopi instant B dibeli dengan harga Rp. 3000,- per bungkus dan dijual dengan laba Rp. 300,- per bungkus. Pedagang itu hanya mempunyai modal Rp. 240.000,- dan kiosnya hanya dapat menampung paling banyak 500 bungkus kopi instant.
 - a) Berapakah banyak kopi instant A dan B yang harus dibeli agar mendapat untung yang sebanyak-banyaknya (maksimum)
 - b) Tentukan besar keuntungan maksimumnya

BAB III

MATRIKS

Rencana Belajar Siswa (KD dan IPK)

Berikut Kompetensi Dasar (KD) serta Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) dari pembelajaran Bab III Matriks.

Kompetensi Dasar (KD)	IPK
3.3 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpos.	3.3.1. Memahami pengertian matriks. 3.3.2. Memahami berbagai macam matriks. 3.3.3. Menentukan transpos matriks. 3.3.4. Menentukan komponen – komponen dari kesamaan dua matriks. 3.3.5. Melakukan operasi matriks
4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya.	4.3.1 Terampil menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya.

Kegiatan Belajar 1

Pengertian, Notasi matriks, dan jenis-jenis Matriks

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi pengertian, notasi matriks dan jenis-jenis matriks dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi**1. Pengertian Baris, Kolom Dan Elemen Suatu Matriks**

Matriks yaitu himpunan bilangan-bilangan yang tersusun menurut baris dan kolom berbentuk persegi panjang dan ditulis diantara tanda kurung () atau [].

Nama matriks dengan menggunakan huruf besar. Elemen-elemen suatu matriks dengan huruf kecil sesuai nama matriks dengan indeks sesuai letak elemennya.

Bentuk umum :

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \dots & a_{2,n} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & \dots & a_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & a_{m,3} & \dots & a_{m,n} \end{bmatrix}$$

$a_{1,1}$ = elemen matriks pada baris 1, kolom 1

$a_{1,2}$ = elemen matriks pada baris 1, kolom 2

$a_{1,3}$ = elemen matriks pada baris 1, kolom 3

.

.

.

$a_{m,n}$ = elemen matriks pada baris m, kolom n

Contoh 1 :

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & -5 \\ 0 & -4 & -2 \end{bmatrix}$, tentukan :

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| a. banyak baris | d. elemen-elemen kolom ke-3 |
| b. banyak kolom | e. $a_{3,2}$ |
| c. elemen-elemen baris ke-2 | f. $a_{1,3}$ |

Jawab :

- a. banyak baris 3 buah
- b. banyak kolom 3 buah
- c. celemen-elemen baris ke-2 : 3,3,-5
- d. elemen-elemen kolom ke-3 : 4,-5,-2
- e. $a_{3,2}$ = elemen baris ke-3 kolom ke-2 = -4
- f. $a_{1,3}$ = elemen baris ke-1 kolom ke-3 = 4

Contoh 2 :

Diketahui $X = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$, tentukan letak elemen 2 dan 6.

Jawab :

elemen 2 = elemen baris 2 dan kolom ke satu ($a_{2,1}$)

elemen 6 = elemen baris ketiga dan kolom kedua ($a_{3,2}$)

2. Ordo Matriks

Yaitu banyaknya baris dan kolom yang menyatakan suatu matriks.

$A_{m \times n}$ artinya matriks A berordo m x n yaitu banyaknya baris m buah dan banyaknya kolom n buah.

Contoh 1 :

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -4 \\ -1 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

Ordo matriks B adalah $B_{2 \times 3}$

$$a_{1,3} = -4$$

$$a_{2,2} = 6$$

Contoh 2 : Diketahui $P = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 4 \\ 5 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, tentukan ordo matriks P.

Jawab : Ordo matriks P = 2 x 4

3. JENIS-JENIS MATRIKS

a. Matriks Nol

Yaitu matriks yang setiap elemennya nol.

$$\text{Misal : } A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

b. Matriks Baris

Yaitu matriks yang hanya mempunyai satu baris

$$\text{Misal : } B = [-1 \ 0 \ 2 \ 3]$$

c. Matriks Kolom

Yaitu matriks yang hanya mempunyai satu kolom.

$$\text{Misal : } C = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

d. Matriks Bujur sangkar

Yaitu suatu matriks yang jumlah baris dan kolomnya sama.

Ordo matriks $n \times n$ sering disingkat dengan n saja.

$$\text{Misal : } D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

e. Matriks Diagonal

Yaitu matriks persegi yang semua elemennya nol, kecuali elemen-elemen diagonal utamanya.

$$\text{Misal : } E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

f. Matriks Satuan (Identitas)

Yaitu matriks persegi yang semua elemen diagonal utamanya satu, dan elemen lainnya nol.

$$\text{Misal : } F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

g. Matriks Skalar

Yaitu matriks persegi yang semua elemen pada diagonal utamanya sama, tetapi bukan nol dan semua elemen lainnya nol.



$$\text{Misal : } G = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

h. Matriks Segitiga Atas

Yaitu matriks yang semua elemen di bawah diagonal utamanya nol.

$$\text{Misal : } H = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

i. Matriks Segitiga Bawah

Yaitu matriks yang semua elemen di atas diagonal utamanya nol.

$$\text{Misal : } K = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

Tes Formatif

1. Diketahui $P = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

Tentukan :

- a. elemen-elemen baris ke-2
- b. elemen-elemen kolom ke-2
- c. elemen-elemen kolom ke-4
- d. elemen baris ke-1 kolom ke-3
- e. elemen baris ke-3 kolom ke-5
- f. ordo P

2. Diketahui $X = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & -2 & 6 \end{bmatrix}$

Tentukan :

- a. ordo X
- b. elemen-elemen baris ke-2
- c. $x_{2,3}$
- d. $x_{3,1}$
- e. $x_{3,2}$

3. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & -2 & -5 \\ -1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{bmatrix}$

Tentukan letak elemen :

- a. -2
- b. 5
- c. 6
- d. 3
- e. 0



4. Berikut ini termasuk jenis matriks apa ?

a. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

b. $B = [-1 \ 0 \ 2]$

c. $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & 3 \end{bmatrix}$

d. $D = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

5. Berikan contoh lain dari matriks :

a. skalar

b. segitiga bawah

c. segitiga atas

d. diagonal

Kegiatan Belajar 2**Kesamaan Dua Matriks dan Transpose Matriks****Tujuan Pembelajaran**

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi kesamaan dua matriks dan transpose matriks dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi**1. Kesamaan Dua Matriks**

Dua matriks dikatakan sama jika ordo dan elemen-elemen yang seletak sama.

Contoh :

$$A = B$$
$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{6}{3} & \frac{9}{-3} \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

Contoh 1: Mana matriks yang sama ?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{4} \\ \sqrt{9} & 2^2 \end{bmatrix}$$

Jawab : Matriks yang sama yaitu matriks A dan D

Contoh 2 :

Tentukan nilai a dan b dari kesamaan matriks berikut $\begin{bmatrix} 3a & -4 \\ 2b & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & -4 \\ 9 & -5 \end{bmatrix}$

$$3a = -12$$

$$a = -12/3$$

$$a = -4$$

$$2b = 9$$

$$b = 9/2$$

$$b = 4,5$$

Contoh 3 : Tentukan x dan y dari $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & x \\ 2y & -5 \end{bmatrix}$

Jawab : $x = 1$

$$2y = 0 \Rightarrow y = 0$$

2. Transpose Matriks

Transpose (putaran) matriks A yaitu matriks yang diperoleh dari matriks A dengan menukarkan elemen-elemen pada baris menjadi kolom dan sebaliknya elemen-elemen pada kolom menjadi baris.

Transpose matriks A dinyatakan dengan A^T atau A' .

Contoh 1 :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -3 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^t = A^T = \bar{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Contoh 2 : Jika $P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ maka tentukan P^T

Jawab : $P^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

Tes Formatif

1. Tentukan x dan y dari :

a. $\begin{bmatrix} 3 & 3x \\ 8 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -9 \\ 2y & -5 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2}x & 1 \\ 0 & y+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & x \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} -4 & y+1 \\ 2x & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2y-x \\ x-5 & 3 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} x+2y \\ x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

2. Tentukan a, b, c dan d dari :

a. $\begin{bmatrix} 5 & 2a-6 \\ 3b & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2b \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} \frac{10}{b} & 2c \\ a-2 & bd \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & -6 \\ c & 8 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} -3 & a \\ b+1 & \frac{d}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c}{b} & d-3 \\ a-2 & 5 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} a+c & 3b+4d \\ -b+3d & 2a-c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 15 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$

3. Tentukan transposenya dari :

a. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

b. $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

4. Tentukan c jika $A = \begin{bmatrix} 4a & 4 \\ 2b & 3c \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} c-6b & 2a \\ 4a+2 & 2b+14 \end{bmatrix}$ dan $A = B^T$

Kegiatan Belajar 3**Operasi Matriks : penjumlahan dan pengurangan****Tujuan Pembelajaran**

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi operasi matriks dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi**1. Penjumlahan Matriks**

Dua matriks dapat dijumlahkan jika ordonya sama. Yang dijumlahkan yaitu elemen-elemen yang seletak.

Contoh 1 :

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 11 \end{bmatrix}$$

Contoh 2 : Jika $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ maka tentukan $A + B$

$$\text{Jawab : } A + B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+(-3) & 4+2 \\ -1+0 & 2+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$$

Contoh 3 : Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, tentukan :

- a. $A + B$ b. $B + A$ c. $A + (B + C)$ d. $(A + B) + C$

$$\text{Jawab : a. } A + B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+3 & 0+1 \\ 1+2 & 3+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{b. } B + A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & 1+0 \\ 2+1 & 4+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$c. A + (B + C) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$$

$$d. (A + B) + C = \left(\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$$

Contoh 4 : Diketahui $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $-A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$ dan $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Tunjukkan : a. $A + (-A) = (-A) + A = O$

b. $A + O = O + A = A$

Jawab : a. $A + (-A) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$(-A) + A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b. A + O = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$O + A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat penjumlahan matriks :

1. $A + B = B + A$ (bersifat komutatif)
2. $A + (B + C) = (A + B) + C$ (bersifat asosiatif)
3. $A + O = O + A = A$ (O matriks identitas dari penjumlahan)
4. $A + (-A) = (-A) + A = O$ ($-A$ matriks invers penjumlahan)

2. Pengurangan Matriks

Dua matriks dapat dikurangkan jika ordonya sama. Yang dikurangkan elemen-elemen yang seletak.

Contoh 1 :

$$\begin{bmatrix} 2 & 7 & 4 \\ -3 & -6 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -5 & -10 & 2 \end{bmatrix}$$

Contoh 2 : Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$, maka tentukan :

a. $A - B$

b. $B - A$

$$\text{Jawab : a. } A - B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-4 & -3-(-1) \\ -1-3 & 4-(-5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -4 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\text{b. } B - A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-2 & -1-(-3) \\ 3-(-1) & -5-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat Pengurangan matriks :

1. $A - B \neq B - A$ (tidak komutatif)
2. $A - (B - C) = (A - B) - C$ (asosiatif)

Tes Formatif

1. Sederhanakanlah !

a. $\begin{bmatrix} 10 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 10 & -5 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 3 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$

e. $\begin{bmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & 4 & -1 \\ 3 & -5 & -7 \end{bmatrix}$

f. $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$

g. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

h. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}$

i. $\begin{bmatrix} 2x-y & x \\ 2y & -3y+5x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3y & -x \\ 5x & 4x-y \end{bmatrix}$

2. Tentukan x jika $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + x = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

3. Tentukan x jika $-x + \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$

4. Tentukan a , b , c dan d dari :

a. $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} a+b & a \\ c & c-d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

**Kegiatan Belajar 4
Operasi Matriks: Perkalian Matriks****Tujuan Pembelajaran**

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi operasi matriks perkalian dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi**1. Perkalian Matriks****a. Perkalian Matriks dengan Bilangan Real (Skalar)**

Hasil perkalian skalar k dengan sebuah matriks A yang berordo $m \times n$ adalah sebuah matriks yang berordo $m \times n$ dengan elemen-elemennya adalah hasil kali skalar k dengan setiap elemen matriks A .

Contoh 1 : Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ maka tentukan :

a. $2A$ b. $-\frac{1}{2}A$

Jawab : a. $2A = 2 \times \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 6 & -10 \end{bmatrix}$

b. $-\frac{1}{2}A = \dots -\frac{1}{2} \times \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$

Contoh 2 : Jika $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ maka tentukan :

a. $2(A + B)$ b. $2A + 2B$ c. $2(3A)$ d. $6A$

Jawab :

a. $2(A + B) = 2 \times \left(\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \right) = 2 \times \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 4 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$

$$b. 2A + 2B = \left(2 \times \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \right) + \left(2 \times \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 8 \\ 4 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 4 \\ 5 & 15 \end{bmatrix}$$

$$c. 2(3A) = 2 \times \left(3 \times \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \right) = 2 \times \begin{bmatrix} 12 & -6 \\ 3 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 & -12 \\ 6 & 18 \end{bmatrix}$$

$$d. 6A = 6 \times \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 & -12 \\ 6 & 18 \end{bmatrix}$$

Tes Formatif 1

1. Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, maka tentukan :

- a. $2A + 2B$ b. $3A - 2B$ c. $\frac{1}{2}(A + B)$ d. $-4(A - B)$

2. Tentukan matriks X jika:

$$a. 2X = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$$

$$b. 2X + \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c. 2X - \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 10 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$d. \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}X - \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Tentukan a, b, c dan d dari :

$$a. 2 \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & d \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -1 & b \\ c & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$b. 4 \begin{bmatrix} a+1 & c \\ b & 3a \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4b & 8d+2 \\ 2c+4 & 6 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} b-2 & c \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$$

4. Diketahui $A = \begin{bmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2c-3b & 2a+1 \\ a & b+7 \end{bmatrix}$. Jika $A = 2B^T$, maka tentukan nilai c !

b. Perkalian Matriks Dengan Matriks

Dua matriks A dan B dapat dikalikan jika jumlah kolom matriks A (matriks kiri) sama dengan jumlah baris matriks B (matriks kanan).

Ordo hasil perkalian matriks $A_{m \times n}$ dengan $B_{n \times p}$, misalnya matriks C yang akan berordo $m \times p$ (seperti permainan domino).

Cara mengalikan matriks A dan B yaitu dengan menjumlahkan setiap perkalian elemen pada baris matriks A dengan elemen kolom matriks B dan hasilnya diletakkan sesuai dengan baris dan kolom pada matriks C (matriks hasil perkalian).

Misal : $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} p & r & t \\ q & s & u \end{bmatrix}$ maka :

$$AB = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & r & t \\ q & s & u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+ bq & ar+ bs & at+ bu \\ cp+ dq & cr+ ds & ct+ du \end{bmatrix}$$

Contoh 1 : Diketahui $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$, $C = [3 \ 5]$ dan $D = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$.

Terentukan :

- a. AB b. AC c. AD

Jawab : a. $AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2+2.4 \\ 3.2+4.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+8 \\ 6+16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 22 \end{bmatrix}$

b. AC tidak dapat dikalikan, karena kolom pada matrik A tidak sama dengan kolom pada matrik B

c. AD =

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5+2.7 & 1.6+2.8 \\ 3.5+4.7 & 3.6+4.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+14 & 6+16 \\ 15+28 & 18+32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}$$

Contoh 2 : Diketahui $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$.

Tentukan :

- a. AB b. BA c. AI d. IA

Jawab :

$$\text{a. } AB = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.4+2.2 & -1.0+2.1 \\ 2.4+3.2 & 2.0+3.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4+4 & 0+2 \\ 8+6 & 0+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 14 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{b. } BA = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.-1+0.2 & 4.2+0.3 \\ 2.-1+1.2 & 2.2+1.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4+0 & 8+0 \\ -2+2 & 4+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 8 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{c. } AI = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.1+0.0 & 4.0+0.1 \\ 2.1+1.0 & 2.0+1.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+0 & 0+0 \\ 2+0 & 0+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{d. } IA = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4+0.2 & 1.0+0.1 \\ 0.4+1.2 & 0.0+1.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+0 & 0+0 \\ 0+2 & 0+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat perkalian matriks :

1. Umumnya tidak komutatif ($AB \neq BA$)
2. Asosiatif : $(AB)C = A(BC)$
3. Distributif kiri : $A(B + C) = AB + AC$
Distributif kanan : $(B + C)A = BA + CA$
4. Identitas : $IA = AI = A$
5. $k(AB) = (kA)B$

Tes Formatif 2

1. Sederhanakan !

a.
$$\begin{bmatrix} -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

b.
$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$$

c.
$$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -8 & -9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

d.
$$\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

e.
$$\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

f.
$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

g.
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

h.
$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 4 & 6 & -3 \\ 7 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & -5 \\ 2 & 3 & -3 \end{bmatrix}$$

2. Diketahui $X = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$. Jika $X^2 = X \cdot X$ dan $X^3 = X \cdot X \cdot X$ maka tentukan :

a. X^2

b. X^3

3. Jika $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ maka tentukan :

a. $(BA)^T$

b. $(AB)^T$

4. Tentukan a jika
$$\begin{bmatrix} -1 & d \\ -b & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -3 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2c & 1 \\ c & a+1 \end{bmatrix}$$

Kegiatan Belajar 5 Determinan Matriks

Tujuan Kegiatan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi determinan matriks dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi

Pengertian Determinan :

Determinan suatu matriks dinyatakan dengan Selisih Jumlah hasil kali antara diagonal utama dengan diagonal sekundernya. Jadi matriks yang memiliki nilai determinan hanyalah matriks yang berbentuk bujur sangkar.

Jika nilai determinan suatu matriks bernilai **nol**, maka matriks tersebut disebut **matriks Singular**. Matriks singular tidak memiliki invers / kebalikan.

1. Determinan Matrik Ordo 2x2

Determinan suatu matriks A dinyatakan dengan $\det(A)$ atau

Untuk matriks yang berordo 2x2 :

Jika $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ maka determinan dari matriks tersebut dinyatakan dengan :

$$\det(A) = (axd) - (bxc)$$

Contoh :

Diketahui $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, tentukan determinan A?

Jawab :

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} = (4.7) - (5.6) = 28 - 30 = -2$$

2. Determinan Matrik Ordo 3x3

Untuk matriks yang berordo 3x3 :

Jika $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ maka determinannya dinyatakan dengan :

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c & (-) & (-) & (-) \\ d & e & f & d & e & f \\ g & h & i & g & h & i \\ & & & (+) & (+) & (+) \end{vmatrix}$$

Dimana :

$$\text{Det } (A) = + (a.e.i) + (b.f.g) + (c.d.h) - (c.e.g) - (a.f.h) - (b.d.i)$$

$$\text{Det } (A) = ((a.e.i) + (b.f.g) + (c.d.h) - (c.e.g) - (a.f.h) - (b.d.i))$$

Contoh : Diketahui $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, tentukan nilai determinannya ?

Jawab :

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & (-) & (-) & (-) \\ 4 & 2 & 1 & 4 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 & 5 & 1 & 3 \\ & & & (+) & (+) & (+) \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Det } (A) &= (2.2.3) + (1.1.5) + (4.4.1) - (4.2.5) - (2.1.1) - (1.4.3) \\ &= 12 + 5 + 16 - 40 - 2 - 1 \\ &= -21 \end{aligned}$$



Tes Formatif

Tentukan determinan dari matriks berikut ini!

a. $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

b. $B = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 21 & 7 \end{bmatrix}$

c. $C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix}$

Kegiatan Belajar 6

Invers Matriks

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi Invers matriks dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggung jawab, dan kerja keras.

Materi

1. Invers Matriks Ordo 2 x 2

Jika $AB = BA = I$, dimana I matriks satuan yaitu $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ maka A dan B

dikatakan saling invers. Invers matriks A dinotasikan A^{-1} .

Misal $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$ maka :

$$AB = I \Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} ap + br & aq + bs \\ cp + dr & cq + ds \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$ap + br = 1$$

$$\left| \begin{array}{l} \Rightarrow p = \frac{d}{ad - bc} \text{ dan } r = \frac{-c}{ad - bc} \end{array} \right.$$

$$cp + dr = 0$$

$$aq + bs = 0$$

$$\left| \begin{array}{l} \Rightarrow q = \frac{-b}{ad - bc} \text{ dan } s = \frac{a}{ad - bc} \end{array} \right.$$

$$cq + ds = 1$$

Karena $B = A^{-1} = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$ maka

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$



Contoh 1 : Tentukan invers dari $P = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$

$$\text{Jawab : } P^{-1} = \frac{1}{5 \cdot (-1) - (2 \cdot (-3))} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -(-3) & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{-5 - (-6)} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -(-3) & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

Tes Formatif

Tentukan inversnya ! (jika ada)

a. $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

b. $B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$

c. $C = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}$

d. $D = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 8 & -5 \end{bmatrix}$

**Kegiatan Belajar 7
Persamaan Matriks****Tujuan Pembelajaran**

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi Persamaan matriks dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggung jawab, dan kerja keras.

Materi**Persamaan Matriks**

1. $A.X = B$

$$A^{-1}.A.X = A^{-1}.B$$

$$I.X = A^{-1}.B$$

$$X = A^{-1}.B$$

Jadi jika $A.X = B$, maka $X = A^{-1}.B$

2. $X.A = B$

$$X.A.A^{-1} = B.A^{-1}$$

$$X.I = B.A^{-1}$$

$$X = B.A^{-1}$$

Jadi jika $X.A = B$, maka $X = B.A^{-1}$

Contoh : Tentukan matriks X nya

1. $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.X = \begin{bmatrix} 5 & -15 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$

$$X = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -15 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$



$$= \frac{1}{6-1} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -15 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 10 & -40 \\ -5 & 45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -8 \\ -1 & 9 \end{bmatrix}$$

2. $X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

$$X = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$X = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{4-2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 28 & -16 \\ -12 & 8 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 14 & -8 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$$



Tes Formatif

Tentukan matriks X nya!

$$1. \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$2. X \cdot \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$4. X \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

**Kegiatan Belajar 8
Aplikasi Matriks****Tujuan Pembelajaran**

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi aplikasi matriks dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggung jawab, dan kerja keras.

Materi**Pemakaian Invers Matriks**

Invers matriks dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear.

Contoh :

Selesaikan sistem persamaan linear berikut dengan matriks

$$x + 7y = 13$$

$$2x + 5y = 8$$

Jawab :

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{5-14} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-9} \begin{bmatrix} 9 \\ -18 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

jadi $x = -1$, dan $y = 2$



Tes Formatif

Dengan menggunakan matriks selesaikan sistem persamaan linear berikut :

1. $2x - 3y = -1$

$$x + 2y = 11$$

2. $3x + y = 7$

$$x - 3y = -1$$

Evaluasi

1. a) Jika $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 4 & b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b \\ -4 & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -7 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & a \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$. Tentukan nilai $a + b + c = \dots\dots$

b) Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, Bentuk paling sederhana dari :
 $(A + C) - (A + B)$ adalah....

2. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, D = (-1 \ 5), E =$
 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

Tentukan : a). $A \times B$ c). $C \times B$ e). $(E \times F)^T$ h). $G \times E$

b). $A \times C$ d). $D \times C$ g). $F \times G$

3. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

Tentukan : a) $|A|$ c) A^{-1} e) $A \cdot A^{-1}$

b) $|B|$ d) B^{-1} f) $(A^{-1})^{-1}$

4. Tentukan Matriks X jika:

a) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

5. Tentukan penyelesaian sistem persamaan linier di bawah ini :

dengan **Persamaan Matriks** : $\begin{cases} 3x + 5y = 13 \\ 7x + 2y = 11 \end{cases}$

BAB IV

TRANSFORMASI GEOMETRI

Rencana Belajar Siswa (KD dan IPK)

Berikut Kompetensi Dasar (KD) serta Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK) dari pembelajaran Bab IV Transformasi Geometri.

Kompetensi Dasar (KD)	IPK
<p>3.5 Menganalisis sifat-sifat transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi, dan rotasi) dengan menggunakan matriks</p> <p>3.6. Menganalisis sifat-sifat transformasi geometri (translasi, refleksi garis, dilatasi dan rotasi) dengan pendekatan koordinat dan menerapkannya dalam menyelesaikan masalah.</p>	<p>3.5.1. Menentukan sifat-sifat transformasi geometri.</p> <p>3.6.1. Menentukan sifat-sifat translasi.</p> <p>3.6.2. Menentukan sifat-sifat refleksi.</p> <p>3.6.3. Menentukan sifat-sifat rotasi.</p> <p>3.6.4. Menentukan sifat-sifat dilatasi.</p> <p>3.6.5. Menentukan komposisi transformasi geometri.</p>
<p>4.5. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi).</p> <p>4.6. Menyajikan objek kontekstual, menganalisis informasi terkait sifat-sifat objek dan menerapkan aturan transformasi geometri (refleksi, translasi, dilatasi, dan rotasi) dalam memecahkan masalah.</p>	<p>4.5.1. Terampil menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi.</p> <p>4.6.1. Terampil menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat-sifat objek dan menerapkan aturan transformasi geometri (refleksi, translasi, dilatasi, dan rotasi) dalam memecahkan masalah.</p>

Kegiatan Belajar 1

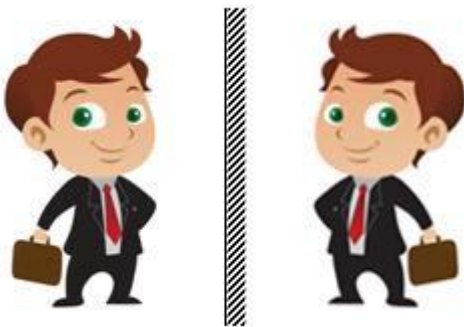
Refleksi terhadap Sumbu-x dan Sumbu-y

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi refleksi terhadap sumbu x dan sumbu y dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi

1. Refleksi atau pencerminan



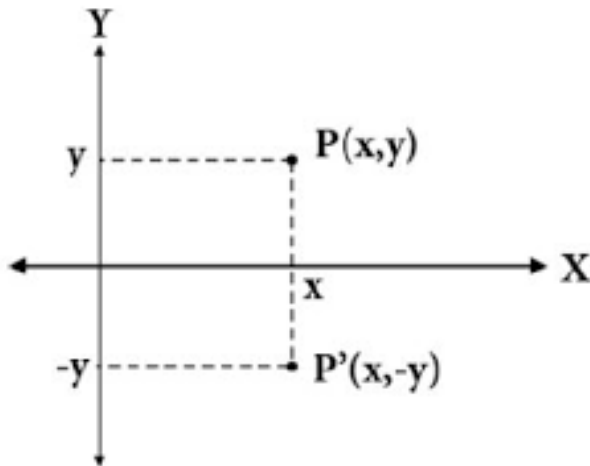
Refleksi atau pencerminan merupakan transformasiometri berhadapan yang memindahkan semua titik pada bangun yang ditransformasikan ke arah garis/cermin sejauh dua kali jarak bangun terhadap garis/cermin. Bangun yang direfleksikan akan berhadapan dengan petanya. Perhatikan gambar di atas!

Perhatikan bahwa ada dua sifat penting dalam refleksi yaitu :

1. Jarak titik, kurva atau bangun yang direfleksikan terhadap garis cermin sama dengan jarak bayangannya terhadap garis cermin tersebut.
2. Pada refleksi, kurva atau bangun yang direfleksikan berhadapan dengan petanya.

Dua sifat ini dapat kita gunakan untuk perumusan dalam refleksi.

a. Refleksi terhadap sumbu x



Matriks refleksi terhadap sumbu $x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

refleksi terhadap sumbu $x = (x_1, y_1) \xrightarrow{\text{M sb} - x} (x_1, -y_1)$

Contoh 1 :

Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap sumbu x !

- $A(2,3)$
- $B(-2,3)$
- $C(-3,-4)$
- $D(3,-4)$

Jawab :

Ingat bahwa $(x_1, y_1) \xrightarrow{\text{M sb} - x} (x_1, -y_1)$

- $A(2,3) \xrightarrow{\text{M sb} - x} A'(2, -3)$
- $B(-2,3) \xrightarrow{\text{M sb} - x} B'(-2, -3)$
- $C(-3,-4) \xrightarrow{\text{M sb} - x} C'(-3, 4)$
- $D(3,-4) \xrightarrow{\text{M sb} - x} D'(3, 4)$

Dengan menggunakan matriks:

a. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ sehingga A' (2,-3)

b. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ sehingga B' (-2,-3)

c. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ sehingga C' (-3,4)

d. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ sehingga D' (3,4)

Contoh 2:

Bayangan garis $3x - 2y + 5 = 0$ oleh refleksi terhadap sumbu x adalah ...

maka: $x' = -x \longrightarrow x = -x'$
 $y' = y \longrightarrow y = y'$

$x = -x'$ dan $y = y'$ disubstitusi ke kurva $3x - 2y + 5 = 0$

diperoleh: $3(-x') - 2y + 5 = 0$

$-3x' - 2y' + 5 = 0$ dikalikan dengan (-)

$3x + 2y - 5 = 0$

Jadi bayangannya adalah $3x + 2y - 5 = 0$

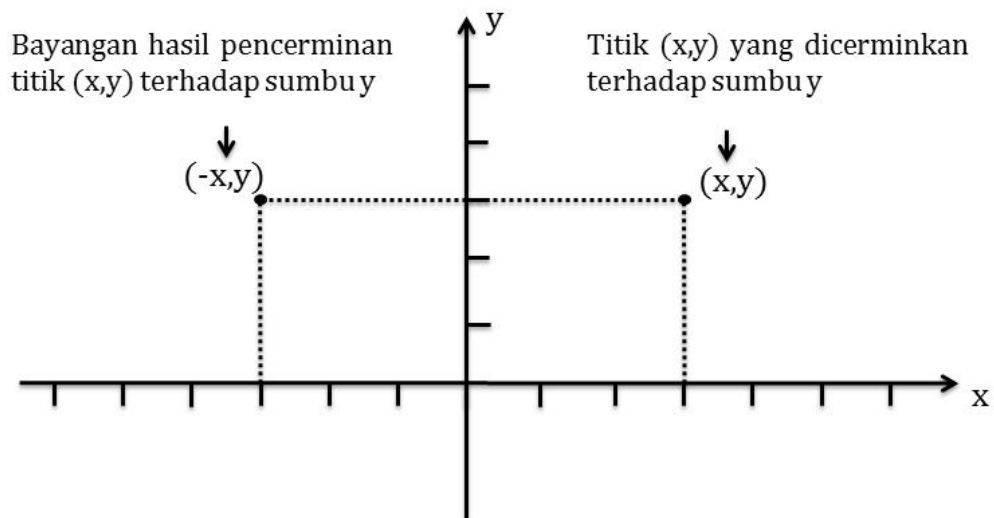
Tes Formatif 1

1. Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap sumbu x!
 - a. A(4,2)
 - b. B(-5,2)
 - c. C(5,-3)
 - d. D(6,4)

2. Bayangan garis $5x + 5y - 7 = 0$ oleh refleksi terhadap sumbu x adalah ...

3. Bayangan garis $y = 3x - 1$ oleh refleksi terhadap sumbu x adalah ...

b. Refleksi terhadap sumbu y



Matriks refleksi terhadap sumbu y = $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

refleksi terhadap sumbu y = $(x_1, y_1) \xrightarrow{\text{Sumbu } y} (-x_1, y_1)$

Contoh 1 :

Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap sumbu y!

- A(2,3)
- B(-2,3)
- C(-3,-4)
- D(3,-4)

Jawab :

Ingat bahwa $(x_1, y_1) \xrightarrow{\text{M sb } - y} (-x_1, y_1)$

- $A(2,3) \xrightarrow{\text{M sb } - y} A'(-2,3)$
- $B(-2,3) \xrightarrow{\text{M sb } - y} B'(2,3)$
- $C(-3,-4) \xrightarrow{\text{M sb } - y} C'(3,-4)$
- $D(3,-4) \xrightarrow{\text{M sb } - y} D'(-3,-4)$

Dengan menggunakan matriks:

- $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ sehingga $A' (-2,3)$
- $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ sehingga $B' (2,3)$
- $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ sehingga $C' (3,-4)$
- $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ sehingga $D' (-3,-4)$

Contoh 2 :

Bayangan garis $3x - 2y + 5 = 0$ oleh refleksi terhadap sumbu y adalah ...

$$\begin{array}{l} \text{maka: } \quad x' = x \longrightarrow \quad x = x' \\ \quad \quad y' = -y \longrightarrow \quad y = -y' \end{array}$$



$x = x'$ dan $y = -y'$ disubstitusi ke kurva $3x - 2y + 5 = 0$

diperoleh: $3x' - 2(-y') + 5 = 0$

$$3x' + 2y' + 5 = 0.$$

Jadi bayangannya adalah $3x + 2y + 5 = 0$

Tes Formatif 2

1. Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap sumbu y !
 - a. $A(4,2)$
 - b. $B(-5,2)$
 - c. $C(5,-3)$
 - d. $D(6,4)$
2. Bayangan garis $5x + 5y - 7 = 0$ oleh refleksi terhadap sumbu y adalah ...
3. Bayangan garis $y = 3x - 1$ oleh refleksi terhadap sumbu y adalah ...

Kegiatan Belajar 2

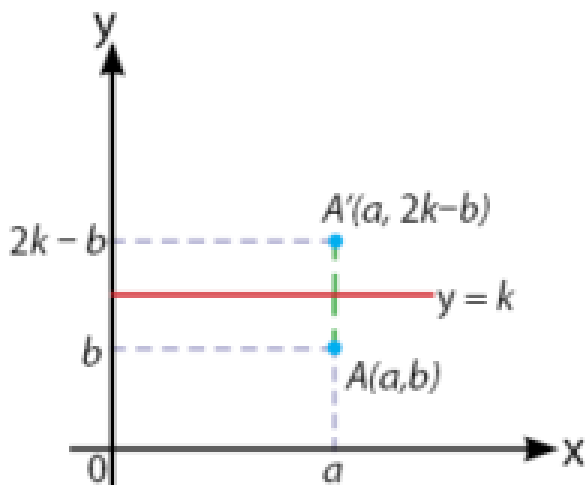
Refleksi terhadap Garis $y = k$

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi refleksi terhadap garis $y = k$ (konstanta) dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi

1. Refleksi terhadap $y=k$



Refleksi titik terhadap garis $y=k$ $(x_1, y_1) \xrightarrow{M_{y=k}} (x_1, 2k - y_1)$

Contoh 1 :

Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap garis $y=3$!

- a. $A(2,1)$
- b. $B(-2,-1)$

Jawab :

$$\text{Ingat } (x_1, y_1) \xrightarrow{M y = k} (x_1, 2k - y_1)$$

a. $A(2,1) \xrightarrow{M y = 3} A'(2, 2 \cdot 3 - 1) = A'(2, 5)$

b. $B(-2,-1) \xrightarrow{M y = 3} B'(-2, 2 \cdot 3 - (-1)) = B'(-2, 7)$

Contoh 2 :

Bayangan garis $3x - 2y + 5 = 0$ oleh refleksi terhadap garis $y=3$ adalah ...

Jawab :

$$\begin{aligned} \text{maka: } x' = x &\xrightarrow{\quad} x = x' \\ y' = 2k - y &\xrightarrow{\quad} y' = 2 \cdot 3 - y \\ & y' = 6 - y \\ & y = -y' - 6 \end{aligned}$$

$x = x'$ dan $y = -y' - 6$ disubstitusi ke kurva $3x - 2y + 5 = 0$

$$\text{diperoleh: } 3x' - 2(-y' - 6) + 5 = 0$$

$$3x' + 2y' + 12 + 5 = 0.$$

$$3x' + 2y' + 17 = 0$$

Jadi bayangannya adalah $3x + 2y + 17 = 0$

Tes Formatif

1. Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap garis $y=2$!

a. $A(-2,5)$

b. $B(3,-4)$

2. Bayangan garis $5x + 5y - 7 = 0$ oleh refleksi terhadap $y = 4$ adalah ...

3. Bayangan garis $y = 3x - 1$ oleh refleksi terhadap $y = 1$ adalah ...

Kegiatan Belajar 3

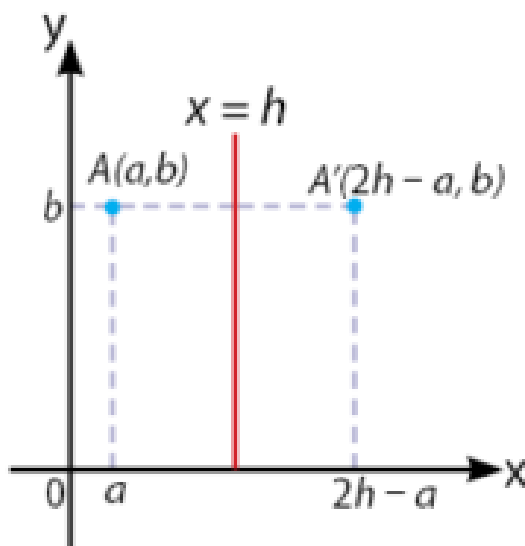
Refleksi terhadap Garis $x = h$

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi refleksi terhadap garis $x=h$ (konstanta) dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi

1. Refleksi terhadap $x = h$



Refleksi titik terhadap garis $x=h$ $(x_1, y_1) \xrightarrow{M x = h} (2h - x_1, y_1)$

Contoh 1 :

Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap garis $x=4$!

- a. $A(3,1)$
- b. $B(-2,-1)$

Jawab :

Ingat $(x_1, y_1) \xrightarrow{M x = h} (2h - x_1, y_1)$

a. $A(3,1) \xrightarrow{M x = 4} A'(2 \cdot 4 - 3, 1) = A'(5, 1)$

b. $B(-2,-1) \xrightarrow{M x = 4} B'(2 \cdot 4 - (-2), -1) = B'(10, -1)$

Contoh 2 :

Bayangan garis $3x - 2y + 5 = 0$ oleh refleksi terhadap garis $x=3$ adalah ...

Jawab :

maka: $x' = 2h - x \longrightarrow x' = 2h - x$

$$x' = 2 \cdot 3 - x$$

$$x' = 6 - x$$

$$x = -x' - 6$$

$$\longrightarrow y' = y \qquad y = y'$$

$x = -x' - 6$ dan $y = y'$ disubstitusi ke kurva $3x - 2y + 5 = 0$

diperoleh: $3(-x' - 6) - 2y' + 5 = 0$

$$-3x' - 18 - 2y' + 5 = 0.$$

$$-3x' - 2y' - 13 = 0$$

Jadi bayangannya adalah $-3x' - 2y' - 13 = 0$



Tes Formatif

1. Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap garis $x=5$!
 - a. $A(-2,5)$
 - b. $B(3,-4)$
2. Bayangan garis $5x + 5y - 7 = 0$ oleh refleksi terhadap $x = 4$ adalah ...
3. Bayangan garis $y = 3x - 1$ oleh refleksi terhadap $x = 2$ adalah ...

Kegiatan Belajar 4

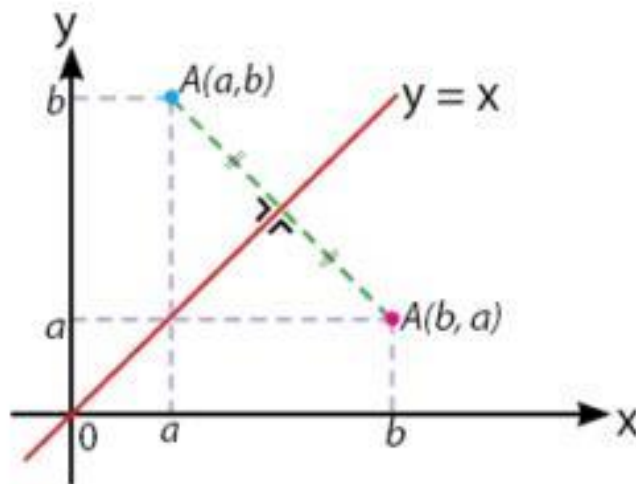
Refleksi terhadap Garis $y = x$

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi refleksi terhadap garis $y = x$ dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi

Refleksi terhadap $y = x$



Refleksi titik terhadap garis $y=x$: $(x_1, y_1) \xrightarrow{M_{y=x}} (y_1, x_1)$

Matriks refleksi terhadap garis $y=x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Contoh 1 :

Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap garis $y = x$!

- a. A(2,3)
- b. B(-2,3)
- c. C(-3,-4)
- d. D(3,-4)

Jawab :

Ingat bahwa $(x_1, y_1) \xrightarrow{M y = x} (y_1, x_1)$

a. $A(2,3) \xrightarrow{M y = x} A'(3,2)$

b. $B(-2,3) \xrightarrow{M y = x} B'(3, -2)$

c. $C(-3,-4) \xrightarrow{M y = x} C'(-4, -3)$

d. $D(3,-4) \xrightarrow{M y = x} D'(-4,3)$

Dengan menggunakan matriks:

a. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ sehingga $A'(3,2)$

b. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ sehingga $B'(3, -2)$

c. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$ sehingga $C'(-4, -3)$

d. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ sehingga $D'(-4,3)$

Contoh 2 :

Bayangan garis $3x - 2y + 5 = 0$ oleh refleksi terhadap garis $y=x$ adalah ...

maka: $x' = y \xrightarrow{\hspace{2cm}}$ $y = x'$

$y' = x \xrightarrow{\hspace{2cm}}$ $x = y'$

$x = y'$ dan $y = x'$ disubstitusi ke kurva $3x - 2y + 5 = 0$

diperoleh: $3(y') - 2(x') + 5 = 0$

$3y' - 2x' + 5 = 0$ dikalikan dengan (-)

$2x - 3y - 5 = 0$

Jadi bayangannya adalah $2x - 3y - 5 = 0$



Tes Formatif

1. Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap garis $y = x$!
 - a. $A(4,5)$
 - b. $B(-6,-1)$
 - c. $C(5,2)$
 - d. $D(8,-1)$
2. Bayangan garis $5x + 5y - 7 = 0$ oleh refleksi terhadap garis $y = x$ adalah ...
3. Bayangan garis $y = 3x - 1$ oleh refleksi terhadap garis $y = x$ adalah ...

Kegiatan Belajar 5

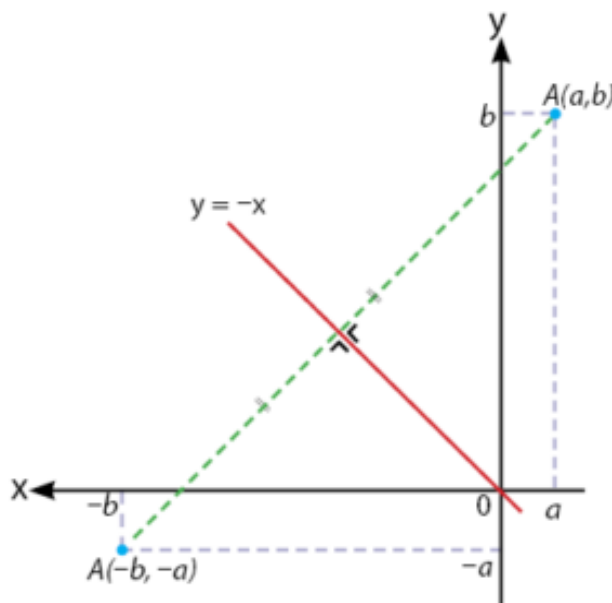
Refleksi terhadap Garis $y = -x$

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi refleksi terhadap garis $y = -x$ dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi

Refleksi terhadap $y = -x$



Refleksi titik terhadap garis $y = -x$: $(x_1, y_1) \xrightarrow{M_{y=-x}} (-y_1, -x_1)$

Matriks refleksi terhadap garis $y = -x = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Contoh 1 :

Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap garis $y = -x$!

- a. A(2,3)
- b. B(-2,3)
- c. C(-3,-4)
- d. D(3,-4)

Jawab :

Ingat bahwa $(x_1, y_1) \xrightarrow{M y = -x} (-y_1, -x_1)$

$$\text{a. } A(2,3) \xrightarrow{M y = -x} A'(-3, -2)$$

$$\text{b. } B(-2,3) \xrightarrow{M y = -x} B'(-3,2)$$

$$\text{c. } C(-3,-4) \xrightarrow{M y = -x} C'(4,3)$$

$$\text{d. } D(3,-4) \xrightarrow{M y = -x} D'(4, -3)$$

Dengan menggunakan matriks:

$$\text{a. } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{sehingga } A'(-3, -2)$$

$$\text{b. } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{sehingga } B'(-3,2)$$

$$\text{c. } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{sehingga } C'(4,3)$$

$$\text{d. } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{sehingga } D'(4, -3)$$

Contoh 2 :

Bayangan garis $3x - 2y + 5 = 0$ oleh refleksi terhadap garis $y = -x$ adalah ...

$$\text{maka: } \quad x' = -y \longrightarrow \quad y = -x'$$

$$\quad y' = -x \longrightarrow \quad x = -y'$$

$x = -y'$ dan $y = -x'$ disubstitusikan ke kurva $3x - 2y + 5 = 0$



diperoleh: $3(-y') - 2(-x') + 5 = 0$

$$-3y' + 2x' + 5 = 0$$

$$2x - 3y + 5 = 0$$

Jadi bayangannya adalah $2x - 3y + 5 = 0$

Tes Formatif

1. Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap garis $y = -x$!
 - a. $A(5,2)$
 - b. $B(-8,-4)$
 - c. $C(6,-3)$
 - d. $D(7,1)$
2. Bayangan garis $5x + 5y - 7 = 0$ oleh refleksi terhadap garis $y = -x$ adalah ...
3. Bayangan garis $y = 3x - 1$ oleh refleksi terhadap garis $y = -x$ adalah ...

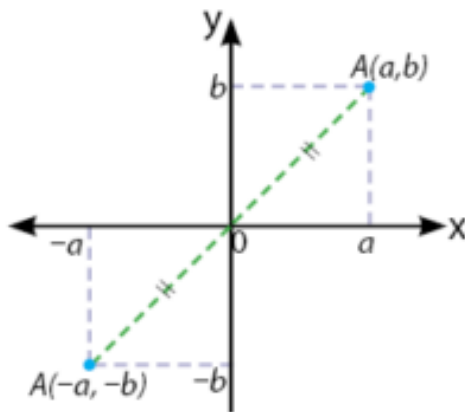
Kegiatan Belajar 6
Refleksi terhadap Titik O(0,0)

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi refleksi terhadap titik O(0,0) dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi

Refleksi terhadap titik O(0,0)



Refleksi titik terhadap titik O(0,0) : $(x_1, y_1) \xrightarrow{M_{O(0,0)}} (-x_1, -y_1)$

Matriks refleksi terhadap titik O(0,0) = $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Contoh 1:

Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap titik O(0,0)!

- A(2,3)
- B(-2,3)
- C(-3,-4)
- D(3,-4)

Jawab :

Ingat bahwa $(x_1, y_1) \xrightarrow{M O(0,0)} (-x_1, -y_1)$

a. $A(2,3) \xrightarrow{M O(0,0)} A'(-2, -3)$

b. $B(-2,3) \xrightarrow{M O(0,0)} B'(2, -3)$

c. $C(-3,-4) \xrightarrow{M O(0,0)} C'(3,4)$

d. $D(3,-4) \xrightarrow{M O(0,0)} D'(-3,4)$

Dengan menggunakan matriks:

a. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ sehingga $A'(-2, -3)$

b. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ sehingga $B'(2, -3)$

c. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ sehingga $C'(3,4)$

d. $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ sehingga $D'(-3,4)$

Contoh 2 :

Bayangan garis $3x - 2y + 5 = 0$ oleh refleksi terhadap titik $O(0,0)$ adalah ...

maka: $x' = -x \longrightarrow x = -x'$

$y' = -y \longrightarrow y = -y'$

$x = -x'$ dan $y = -y'$ disubstitusi ke kurva $3x - 2y + 5 = 0$

diperoleh: $3(-x') - 2(-y') + 5 = 0$

$-3x' + 2y' + 5 = 0$ (dikali dengan (-))

$3x - 2y - 5 = 0$

Jadi bayangannya adalah $3x - 2y - 5 = 0$



Tes Formatif

1. Tentukanlah peta titik-titik berikut jika direfleksikan terhadap titik $O(0,0)$!
 - a. $A(5,2)$
 - b. $B(-8,-4)$
 - c. $C(6,-3)$
 - d. $D(7,1)$
2. Bayangan garis $5x + 5y - 7 = 0$ oleh refleksi terhadap titik $O(0,0)$ adalah ...
3. Bayangan garis $y = 3x - 1$ oleh refleksi terhadap titik $O(0,0)$ adalah ...

**Kegiatan Belajar 7
Translasi/Pergeseran**

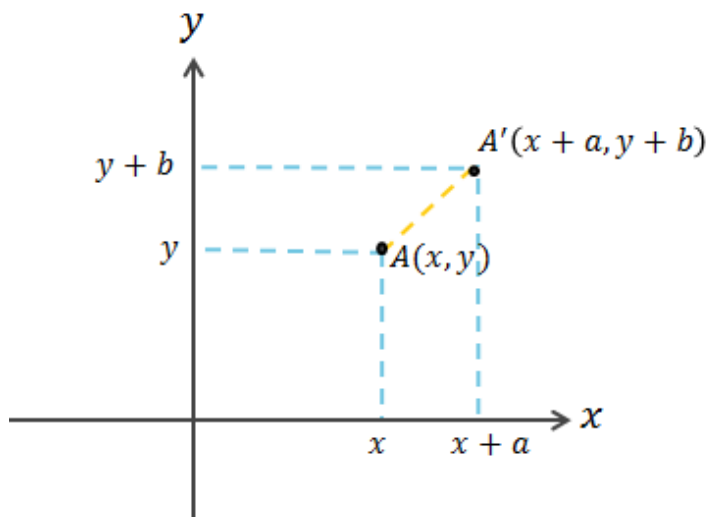
Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi translasi atau pergeseran dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi

Translasi

Translasi merupakan perubahan objek dengan cara menggeser objek dari satu posisi ke posisi lainnya dengan jarak tertentu. Penentuan hasil objek melalui translasi cukup mudah. Caranya hanya dengan menambahkan absis dan ordinat dengan jarak tertentu sesuai dengan ketentuan. Untuk lebih jelasnya mengenai proses translasi dapat dilihat pada gambar di bawah.



Translasi titik : $A(x_1, y_1) \xrightarrow{\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x_1 + a, y_1 + b)$

Contoh 1 :

Tentukan peta titik A(4,5) yang ditranslasi oleh:

- a. $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$

Jawab :

Ingat bahwa translasi : $A(x_1, y_1) \xrightarrow{\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x_1 + a, y_1 + b)$

a. $A(4,5) \xrightarrow{\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}} A'(4 + 2, 5 + 3) = A'(6,8)$

b. $A(4,5) \xrightarrow{\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}} A'(4 + (-2), 5 + 7) = A'(2,12)$

Contoh 2 :

Tentukanlah peta dari garis : $2x - 3y + 4 = 0$ jika ditranslasi oleh $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$!

Jawab :

Karena translasi $T = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ maka :

$$x' = x + 5 \longrightarrow x = x' - 5$$

$$y' = y + 1 \longrightarrow y = y' - 1$$

$x = x' - 5$ dan $y = y' - 1$ disubstitusi ke kurva $2x - 3y + 4 = 0$

diperoleh: $2(x' - 5) - 3(y' - 1) + 4 = 0$

$$2x' - 10 - 3y' + 3 + 4 = 0$$

$$2x' - 3y' - 3 = 0$$

Jadi bayangannya adalah $2x - 3y - 3 = 0$

Tes Formatif

1. Tentukan peta titik B(-2,7) yang ditranslasi oleh:

a. $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$

2. Bayangan garis $5x + 5y - 7 = 0$ jika ditranslasi oleh $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$!

3. Bayangan garis $y = 3x - 1$ jika ditranslasi oleh $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$!

Kegiatan Belajar 8

Rotasi/Perputaran pada Pusat Rotasi titik O(0,0)

Tujuan Pembelajaran

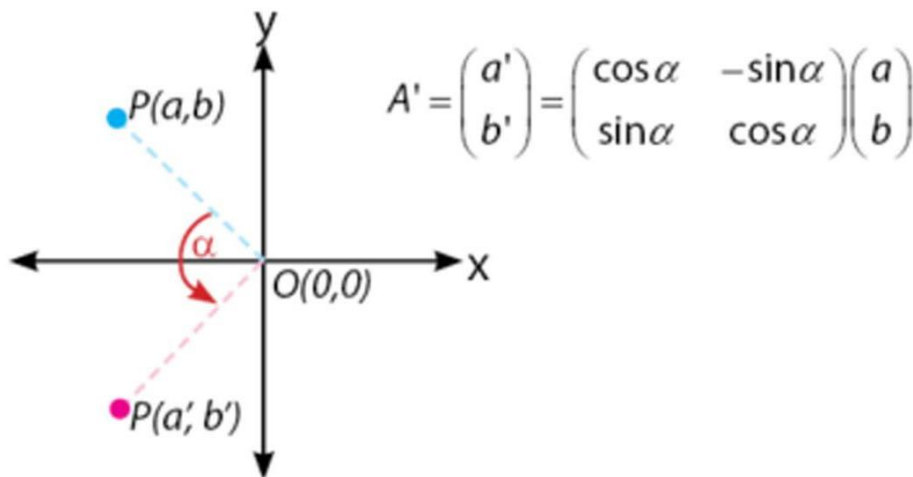
Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi Rotasi atau perputaran pada pusat rotasi titik O(0,0) dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi

Rotasi

Rotasi atau perputaran merupakan perubahan kedudukan objek dengan cara diputar melalui pusat dan sudut tertentu. Besarnya rotasi dalam transformasi geometri sebesar α disepakati untuk arah yang berlawanan dengan arah jalan jarum jam. Jika arah perputaran rotasi suatu benda searah dengan jarum jam, maka sudut yang dibentuk adalah $-\alpha$. Hasil rotasi suatu objek tergantung dari pusat dan besar sudut **Rotasi pada Pusat rotasi di titik O(0,0)**

Rotasi dengan Pusat o(0,0) sebesar



Matriks rotasi pada Pusat rotasi di titik O(0,0) :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dengan Matriks $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$ disebut matriks rotasi pada $O(0,0)$ sejauh α

Atau dalam bentuk matriks

Rotasi	Matriks
+90	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
+180	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
+270	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Rotasi	Matriks
-90	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
-180	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
-270	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Contoh 1 :

Tentukanlah peta dari titik $(4,-3)$ jika dirotasi pada titik $O(0,0)$ sejauh :

- a. 30° b. 270°

Jawab :

$$\begin{aligned}
 \text{a. } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 2\sqrt{3} + 1\frac{1}{2} \\ 2 - 1\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Jadi bayangannya adalah $(2\sqrt{3} + 1\frac{1}{2}, 2 - 1\frac{1}{2}\sqrt{3})$

$$\begin{aligned} \text{b.. } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos 270^\circ & -\sin 270^\circ \\ \sin 270^\circ & \cos 270^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Jadi bayangannya adalah $(-3,4)$

Contoh 2 :

Persamaan bayangan garis $x + y = 6$ setelah dirotasikan pada titik $O(0,0)$ dengan sudut putaran $+90^\circ$, adalah....

Jawab :

Karena putaran $+90^\circ$ maka matrik rotasinya adalah $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Sehingga bisa kita cari menggunakan rumus :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$$

Kita dapatkan bahwa :

$$x' = -y \longrightarrow y = -x'$$

$$y' = x \longrightarrow x = y'$$

Lalu $x = y'$ dan $y = -x'$ kita substitusikan ke dalam kurva $x + y = 6$:

$$(y') + (-x') = 6$$

$$-x + y = 6 \text{ (dikalikan dengan (-))}$$

$$x - y = -6$$

Jadi bayangannya adalah $x - y = -6$

Contoh 3 :

Persamaan bayangan garis $2x - y + 6 = 0$ setelah dirotasikan pada pangkal koordinat dengan sudut putaran -90° , adalah ..

Jawab :

Karena putaran -90° maka matrik rotasinya adalah $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Sehingga bisa kita cari menggunakan rumus :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$$

Kita dapatkan bahwa :

$$x' = y \longrightarrow y = x'$$

$$y' = -x \longrightarrow x = -y'$$

Lalu $x = -y'$ dan $y = x'$ kita substitusikan ke dalam kurva $2x - y + 6 = 0$

$$2(-y') - (x') + 6 = 0$$

$$-2y' - x' + 6 = 0 \text{ (dikalikan dengan (-))}$$

$$x + 2y - 6 = 0$$

Jadi bayangannya adalah : $x + 2y - 6 = 0$



Tes Formatif

1. Tentukanlah peta dari titik $(2,5)$ jika dirotasi pada titik $O(0,0)$ sejauh :
a. 90° b. 30°
2. Persamaan bayangan garis $2x - 5y = -3$ setelah dirotasikan pada titik $O(0,0)$ dengan sudut putaran $+90^\circ$, adalah....
3. Persamaan bayangan garis $4x + 2y - 5 = 0$ setelah dirotasikan pada titik $O(0,0)$ dengan sudut putaran -90° , adalah....

Kegiatan Belajar 9

Dilatasi/Pembesaran atau Pengecilan

Tujuan Pembelajaran

Melalui kegiatan pembelajaran ini, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi Dilatasi pada titik $O(0,0)$ dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

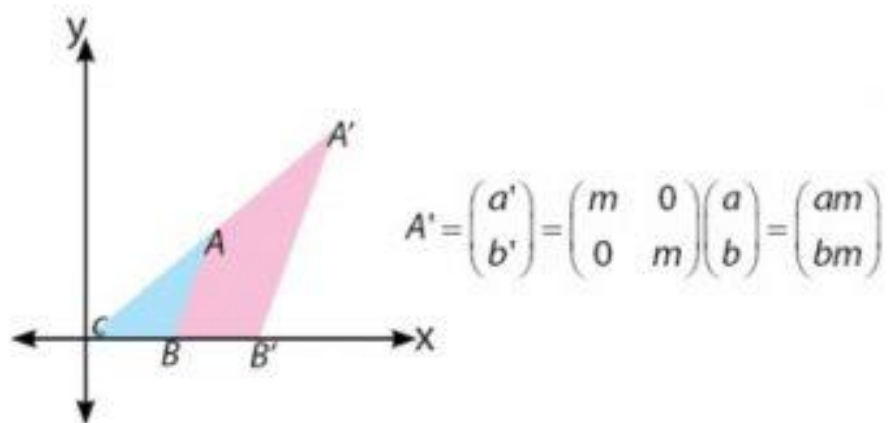
Materi

Dilatasi

Dilatasi disebut juga dengan perbesaran atau pengecilan suatu objek. Jika transformasi pada translasi, refleksi, dan rotasi hanya mengubah posisi benda, maka dilatasi melakukan transformasi geometri dengan merubah ukuran benda.

Ukuran benda hasil dilatasi dapat menjadi lebih besar atau lebih kecil. Perubahan ini bergantung pada skala yang menjadi faktor pengalinya. Rumus dalam dilatasi ada dua, yang dibedakan berdasarkan pusatnya. Selanjutnya perhatikan uraian rumus untuk transformasi geometri pada dilatasi di bawah.

1. Dilatasi titik $A(a, b)$ terhadap pusat $O(0,0)$ dengan faktor skala m



Dilatasi titik $A(a,b)$ terhadap pusat $O(0,0)$ dengan faktor skala m :

Dilatasi $[O, k]$

$$(x, y) \xrightarrow{[O, k]} (kx, ky)$$

Dengan matriks dilatasi : $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Contoh 1 :

Tentukan peta dari :

a. $A(1,3)$ didilatasi oleh $[O, 2]$

b. $B(8,4)$ didilatasi oleh $[O, \frac{1}{2}]$

Jawab :

a. $A(1,3) \xrightarrow{[O, 2]} A'(2.1, 2.3) = A'(2,6)$

b. $B(8,4) \xrightarrow{[O, \frac{1}{2}]} B'(\frac{1}{2}.8, \frac{1}{2}.4) = B'(4,2)$

Contoh 2 :

Tentukan peta pada kurva $y = x^2 + 2$ jika didilatasi oleh $[O, 2]$!

Jawab :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \end{pmatrix}$$

Sehingga kita peroleh persamaan :

$$x' = 2x \longrightarrow x = \frac{1}{2}x'$$

$$y' = 2y \longrightarrow y = \frac{1}{2}y'$$

Lalu $x = \frac{1}{2}x'$ dan $y = \frac{1}{2}y'$ kita substitusikan ke dalam kurva $y = x^2 + 2$

Maka : $\frac{1}{2}y' = \left(\frac{1}{2}x'\right)^2 + 2$ dikali dengan 2

$$y = \frac{1}{2}x'^2 + 4$$

Jadi bayangannya adalah : $y = \frac{1}{2}x^2 + 4$

Tes Formatif

1. Tentukan peta dari :
 - a. A(2,5) dilatasi oleh $[0, 4]$
 - b. B(9,3) dilatasi oleh $\left[0, \frac{1}{3}\right]$
2. Tentukan peta pada kurva $y = x^2 + 5$ jika dilatasi oleh $[0, 4]$!
3. Tentukan peta pada kurva $y = 3x + 3$ jika dilatasi oleh $[0, 3]$!

Kegiatan Belajar 10

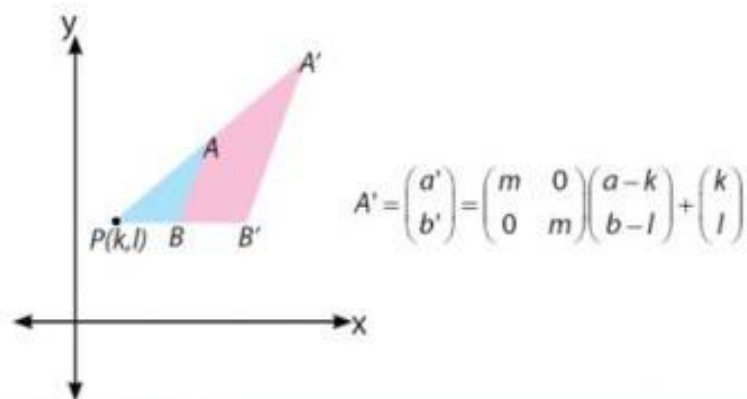
Dilatasi/pembesaran atau pengecilan

Tujuan Pembelajaran

Melalui pembelajaran, peserta didik dapat menghayati, mengamalkan ajaran agama yang dianutnya dalam mempelajari materi Dilatasi pada titik $P(a,b)$ dengan penuh kejujuran, teliti, disiplin, tanggungjawab, dan kerja keras.

Materi

2. Dilatasi titik $A(a, b)$ terhadap pusat $P(k,l)$ dengan faktor skala m



Dilatasi titik $A(a,b)$ terhadap pusat $P(a,b)$ dengan faktor skala m :

Dilatasi $[P(a, b), k]$

$(x, y) [P(a, b), k] (a + k(x - a), b + k(y - b))$

→

- Contoh 1:
- Tentukan peta dari titik $A(5,6)$ jika didilatasi oleh :
- a. $[B(2,3), 4]$ b. $[C(1, -2), \frac{1}{2}]$



Jawab :

$$\text{a. } A(5,6) \xrightarrow{[B(2,3), 4]} A'(2 + 4(5 - 2), 3 + 4(6 - 3)) = A'(14,15)$$

$$\text{b. } A(5,6) \xrightarrow{[C(1, -2), \frac{1}{2}]} A'\left(1 + \frac{1}{2}(5 - 1), -2 + \frac{1}{2}(6 + 2)\right) = A'(3,2)$$

Tes Formatif

Tentukan peta dari titik A(1,5) jika dilatasi oleh :

a. $[B(4,2), 3]$ b. $[C(-3,1), 2]$



Evaluasi

1. Bayangan garis $4x + 3y - 7 = 0$ oleh refleksi terhadap sumbu x adalah ...
2. Bayangan garis $-2x + y = 5$ oleh refleksi terhadap garis $y=3$ adalah ...
3. Bayangan garis $x - 3y + 7 = 0$ oleh refleksi terhadap garis $y=x$ adalah ...
4. Bayangan garis $x + 5y - 1 = 0$ oleh refleksi terhadap garis $y=-x$ adalah ...
5. Tentukanlah peta dari garis $5x - 2y + 7 = 0$ jika ditranslasi oleh $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$!
6. Persamaan bayangan garis $2x + 5y = 6$ setelah dirotasikan pada titik $O(0,0)$ dengan sudut putaran $+90^\circ$, adalah....
7. Persamaan bayangan garis $x + 4y - 7 = 0$ setelah dirotasikan pada titik $O(0,0)$ dengan sudut putaran -90° , adalah....
8. Tentukan peta pada kurva $y = 2x + 5$ jika dilatasi oleh $[0, 3]$!



PENUTUP

Melalui pembelajaran berbasis modul, modul ini diharapkan dapat membantu peserta didik untuk mampu belajar secara mandiri, mengukur kemampuan diri sendiri, dan menilai dirinya sendiri. Tidak terkecuali dalam memahami konsep dasar materi terkait dan implementasinya. Dalam arti lain, adanya sikap kejujuran, tanggung jawab, disiplin, dan rasa ingin tahu sangat penting dalam proses belajar secara mandiri. Semoga modul ini dapat digunakan sebagai referensi dalam proses pembelajaran pada kegiatan pembelajaran, terutama dalam masa pandemi COVID-19. Peserta didik dapat mendalami materi dalam modul ini melalui berbagai sumber, baik buku pelajaran maupun internet.

Semoga modul ini bermanfaat bagi peserta didik khususnya peserta didik Kelas XI MIPA dalam mempelajari materi di kelas XI. Tak lupa pula dalam kesempatan ini, penulis memohon saran dan kritik yang membangun, demi sempurnanya penyusunan modul ini di masa yang akan datang. Semoga modul ini memberikan manfaat bagi peserta didik dan pembaca budiman lainnya. Aamiin.



DAFTAR PUSTAKA

<http://mathismatematika.blogspot.com/2016/09/pembuktian-teorema-bukti-langsung.html>

<https://brainly.co.id/tugas/4552197>

<https://www.studiobelajar.com/induksi-matematika/>

<https://saintif.com/induksi-matematika-konsep-materi-contoh-soal-dan-pembahasan/>

Drs. Wilson Simangunsong, 2013, *Matematika kelas xi sma/ma*. Jakarta : PKS

M A T R I K S

murnipskm.staff.gunadarma.ac.id › Downloads › file

matriks - WordPress.com

hasnihasnuy.files.wordpress.com › 2010/11 › matriks

modul matriks smk kelas x - studylibid.com

studylibid.com › doc › modul-matriks-smk-kelas-x